



Hermitselliğin Ötesinde Fizik: Fotonikten Kütle Çekim Dalgalarına ve Biyolojik Sistemlere

Mustafa Sarısaman

İstanbul Üniversitesi

İstanbul Çalıştayı

3 Nisan 2026

Özet



Kuantum Teorisinin Keşfi



Hermitisel ve Hermitisel olmayan Sistemler



Hermitisel olmayan Kuantum Mekaniği

PT-Simetrik KM

Hermisyensi KM



Hermitisel olmayan Kuantum Mekaniği Ve
Saçılma Teorisi

Bir Boyutta Saçılma

Transfer Matrisi ve Spektral Tekillikler

Lazer ve CPA Lazerler



Topolojik Weyl Yarımetal Lazeri ve CPA

Topolojik Weyl Yarımetal ve Saçılma Teorisi

Transfer Matrisi ve Lazer koşulları

Topolojik Weyl Yarımetal CPA'ı



DNA'da Mutasyon ve Hermitsellik ilişkisi



Sonuç

Kuantum Teorisinin Keşfi



NEWS

The United Nations Proclaims 2025 as the International Year of Quantum Science and Technology

The declaration recognizes the potential of quantum science to drive innovations in sustainable development and global communications.

Quantum mechanics

Just as scientists discovered, at the beginning of the 20th century, that the laws of the world show remarkable (Newtonian physics (classical physics)) did not apply to objects with great mass and velocity (a discovery which would open the door for the development of the theory of relativity). They also realized that these same laws of classical physics did not apply at an atomic or subatomic scale either. A new theory—quantum mechanics—arose that could explain, or at least provide a glimpse of, the functioning of the most basic physical elements of the universe.

Waves or particles?

Quantum mechanics provides that particles, in certain conditions, can behave as small packets of energy.

1900

Max Planck proposed that energy is emitted in discrete packets called quanta.

1,000

Albert Einstein proposed that light is made of discrete packets of energy called photons.

Clouds replace points

To estimate the position of an electron in a gas or a star is like the location of an atomic scale. Clouds become much more complicated. According to quantum mechanics, we can know the momentum but completely in the speed and position of an electron without disturbing it.

WHEN IS THE ELECTRON?

IN QUANTUM MECHANICS

Quantum mechanics is a branch of physics that deals with the behavior of matter and energy at the atomic and subatomic level. It is a fundamental theory that describes the behavior of particles at the smallest scales of nature.

Quantum

Quantum mechanics is a branch of physics that deals with the behavior of matter and energy at the atomic and subatomic level. It is a fundamental theory that describes the behavior of particles at the smallest scales of nature.

STM

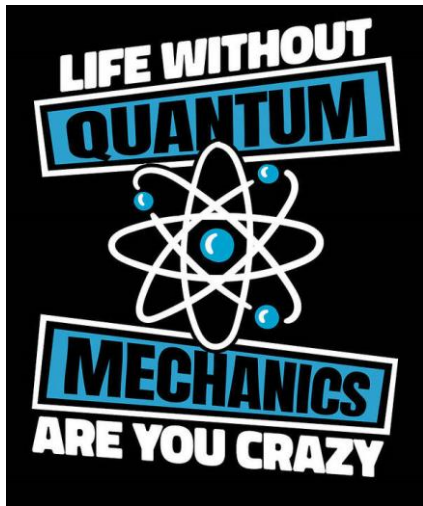
Scanning Tunneling Microscopy (STM) is a technique for imaging surfaces at the atomic scale. It is based on the quantum tunneling effect, which allows electrons to pass through a barrier between two conductors.

The 'tunneling effect'

It is another way to affect matter between in an atom. It is a quantum effect that allows particles to pass through a barrier that they classically could not pass through.

MAX PLANCK

Max Planck was a German physicist who developed quantum theory. He proposed that energy is emitted in discrete packets called quanta. This was a revolutionary idea that laid the foundation for quantum mechanics.



ULTRACOLD ATOMS QUANTUM PHYSICS

Quantum physics is the branch of physics that studies the behavior of small physical systems (atoms, electrons, etc.) with some quantized properties (energy, momenta, etc.).

Quantum theory was born at the beginning of the 20th century. The Solvay conferences brought together the brightest minds, who discussed and developed quantum mechanics.

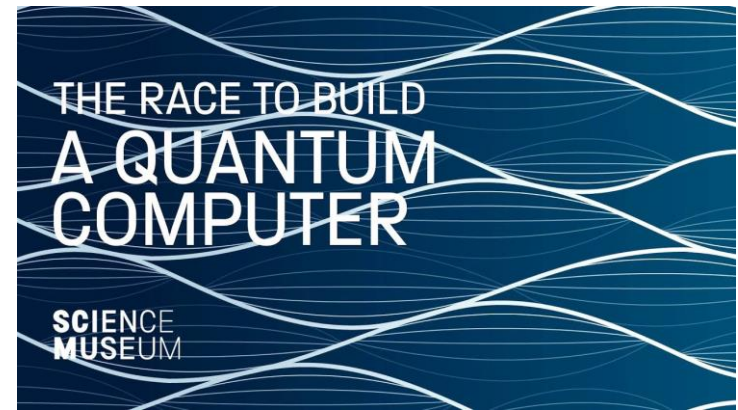
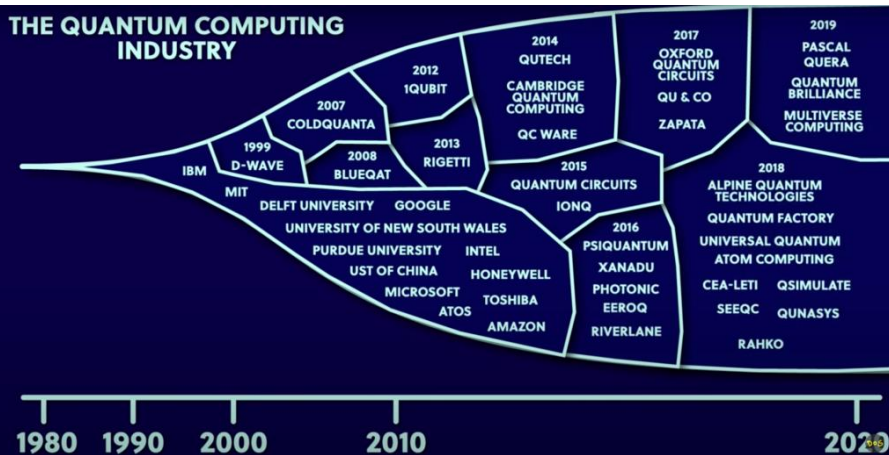
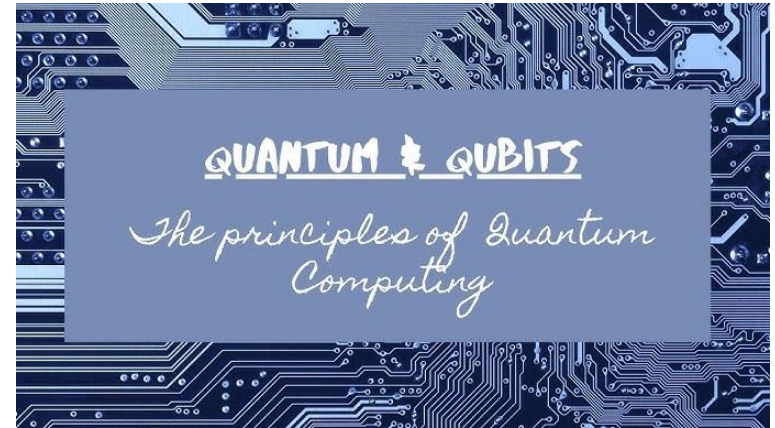
In quantum physics we use wave functions to describe the physical system, made for instance of atoms, electrons, etc., and probability densities to calculate its properties.

A Bose-Einstein condensate, also called the fifth state of matter, appears only at temperatures reaching the absolute zero ($T = 0\text{ K} = -273.15^\circ\text{C}$).

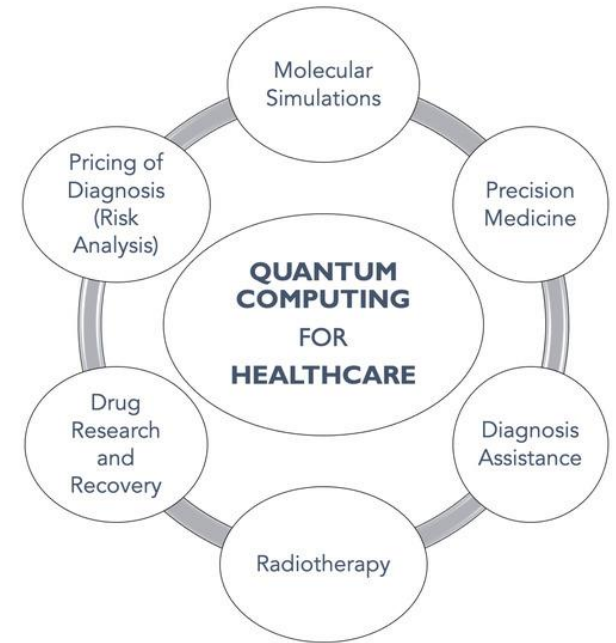
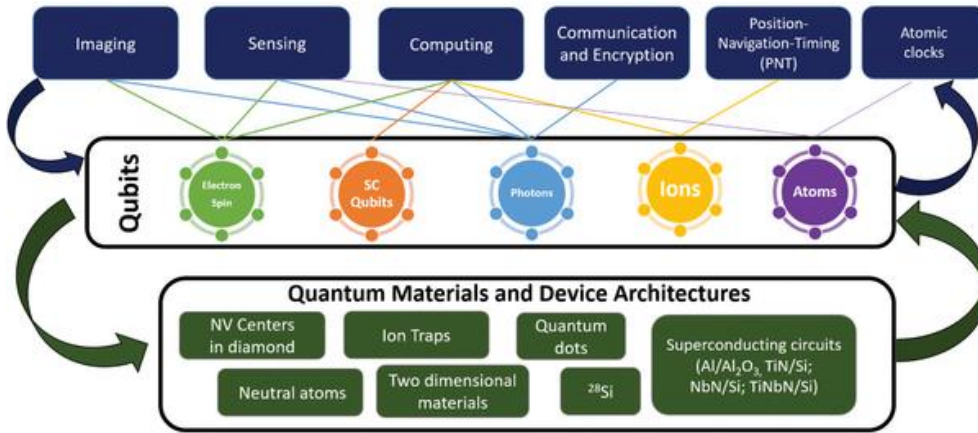
At $T = 0\text{ K}$, an ensemble of ultracold atoms may occupy the same single-particle quantum state: all atoms behave in the same way, creating what we call the Bose-Einstein condensate.

UNIVERSITAT DE BARCELONA

ICCUB Institut de Ciències de Catalunya



Quantum Applications



Kuantumun Keşfine Sebep olan Dönüm Noktaları

- *Siyah Cisim Işıması ve Max Plank (1900)*
- *Albert Einstein ve Fotoelektrik Etki (1905)*
- *Ernest Rutherford ve Atomun Nükleer Model önerisi (1911)*
- *Niels Bohr ve Hidrojen Atomunun Modeli (1913)*
- *James Frank ve Gustov Hertz, Elektron saçılma deneyi ile Durağan Durumların varlıklarının gösterilmesi (1914)*
- *Arthur Compton ve Işığın Parçacık Doğasının gösterilmesi (1924)*
- *Louis de Broglie ve Maddesel Parçacıkların Dalgasal Karaktere sahip olması (1924)*
- *Satyendra Nath Bose ve Albert Einstein, Bose-Einsterin Yoğuşması (1924)
(Aşırı soğuk atomların, tek bir kuantum durumuna yoğuşması)*
- *Wolfgang Pauli ve Dışlama prensibi (1925)*
- *Erwin Schrödinger ve Dalga Mekanikliği yorumu (Kuantumun İkinci Yorumu) (1926)*
- *Albert Einstein ve Işığın Foton adı verilen kuantize yapılardan oluşması (1926)*
- *Enrico Fermi ve P.A.M. Dirac, Katıhal Fiziğinin oluşmasına sebep olan Fermi-Dirac istatistiği (1926)*

Kuantumun Keşfine Sebep olan Dönüm Noktaları

- *Schrödinger, Heisenberg ve Kuantum Mekanikinin Doğuşu (1925-1926)*
- *Niels Bohr ve Werner Heisenberg, Kuantum Mekanikinin Kopenhag Yorumlaması (1927)*
- *Kuantum Devrimi ve Kuantum Mekanikisi Bugün:*
Kuantum Mekanikinin Temel Kavramları:
 - *Dalga-Parçacık Dualitesi*
 - *Enerjinin Kuantize olması*
 - *Belirsizlik ilkesi*
 - *Süperpozisyon*

Kuantumun Devriminden Sonra Yaşanan Gelişmeler

- *Kuantum Alan Teorisinin (QFT) Gelişimi: Kuantum mekaniğinin alanlara uygulanması*
 - *Kuantum Elektrodinamiği (QED)*
 - *Kuantum Kromodinamiği (QCD)*
- *Parçacık Fiziği Ve Standart Modelin Doğuşu: Elektromanyetik, zayıf ve güçlü kuvvetler arasındaki etkileşimler açıklanarak kuantum mekaniği ile özel görelilik birleştirildi. Kuarklar, leptonlar ve bozondan oluşan temel parçacıkların varlığını öngörür.*
- *Kuantum Hesaplama ve Bilgi Teorisi: Kuantum mekaniğinin süperpozisyon ve dolanıklık gibi özelliklerini kullanarak kuantum bilgisayarlarının varlığını öngörür. Bunun için kuantum işlemcilerin yapılabileceği düşünülüyor (IBM, Google, etc.)*
- *Kuantum Mekaniğinin Teknolojik Uygulamaları :*
 - *Yarı İletkenler ve transistörler*
 - *Lazerler*
 - *Manyetik Rezonans Görüntüleme (MRI)*
- *Kuantum Kriptografisi: Kuantum anahtar dağılım modelleri ile neredeyse kırılması imkansız şifreleme sistemlerinin oluşturulması. Kuantum şifreleme, belirsizlik ve kuantum dolanıklık prensipleri kullanılır. (Siber tehdit ve güvenli iletişim ağları)*

Kuantumun Devriminden Sonra Yaşanan Gelişmeler

➤ *Kuantum Metrolojisi: Çok hassas ölçüm yapılması sağlanır.*

- *Atomik Saatler: GPA sistemleri, telekomünikasyon ve bilimsel araştırmalar için son derece hassas atomik saatlerin dizaynı.*
- *Gravitasyonel Dalga Tesbiti: LIGO dedektörleri ile hassas ölçüm yapılarak GR dalgalarının keşfi.*

➤ *Felsefi ve Kavramsal Etkiler:*

- *Kopenhag Yorumu*
- *Çoklu Evren Yorumları*
- *Pilot Dalga Teorisi*

➤ *Kuantumun Geleceği:*

- *Kuantum Yapay Zeka: Kuantum bilgisayarları ile güçlü yapay zeka sistemleri.*
- *Kuantum Biyolojisi: Süperpozisyon ve dolanıklık gibi özelliklerin biyolojik sistemlerdeki önemi.*
- *Kuantum Gravitasyon: Genel görelilik ve Kuantum mekaniğinin birleştirilmesi.*

Kuantumun Devriminin Teknolojiye Yansıması: Kuantum Teknolojileri

- *Yarı İletkenler ve Elektronik: Modern elektroniğin ortaya çıkması (Transistörler ve entegre devreler gibi teknolojilerin oluşması.)*
- *Transistörler, modern elektroniğin yapı taşlarıdır. Yarı iletkenler üzerinden elektrik akışını kontrol ederek bilgisayarlardan mobil telefonlara kadar herşeyin çalışmasını sağlar.*
- *Mikroçipler: milyonlarca hatta milyarlarca transistör içeren entegre devrelerdir. Bu çipler, modern bilgisayarlar, iletişim araçları ve sayısız cihazın kalbinde yer alır.*
- *Lazerler ve Lazer teknolojisi: Savunma, iletişim, tıp, eğlence (lazer ışık gösterileri ve barkod okuyucuları) gibi birçok alanda etkindir.*
- *Tıbbi Görüntüleme: Kuantum mekaniği, manyetik rezonans görüntüleme (MRI) ve Pozitron Emisyon Tomografisi (PET) gibi tıbbi teknolojilerin gelişmesinde rol oynamıştır.*
- *Kuantum Kriptografisi: Son yılların devrimsel alanlarından birisidir. Kuantum anahtar dağılımı ile kırılması zor şifreler oluşturarak güvenli iletişim araçlarının oluşmasını sağlar.*
- *Kuantum Hesaplama ve Kuantum Bilgisayarları: Henüz gelişme aşamasında olan ve Kuantum hesaplama prensipleriyle işleyen bir alandır. Süperpozisyon ve dolanıklık prensipleriyle kuantum bitleri inşa edilir. Klasik bilgisayarlara göre çözülmesi zor problemlere çok daha hızlı çözüm üretir.*

Kuantumun Devriminin Teknolojiye Yansıması: Kuantum Teknolojileri

- *GPS ve Atomik Saatler: GPS'ler büyük ölçüde atomik saatlere dayanırlar. Genellikle Sezyum ve Rübidyum gibi atomların titreşimlerini kullanarak hassas zaman ölçümü yapılır.*
- *Kuantum Sensörler: Olağanüstü hassasiyetle ölçüm yapabilen cihazlardır. Özellikle gravitasyonel dalga tespiti ve manyetik alan algılama gibi uygulamalarda kullanılır (LIGO)*
- *Malzeme Bilimi Alanındaki İlerlemeler: Kuantum mekaniği malzeme bilimi alanını da devrim niteliğinde etkilemiştir. Atom ve moleküllerdeki elektronların özelliklerini anlayarak belirli özelliklere sahip yeni malzemelerin tasarlanmasına olanak sağlanmıştır.*
- *Süperiletkenler: Bazı malzemelerin, çok düşük sıcaklıklarda elektriksel direnç göstermemesi durumu. MRI cihazları, parçacık hızlandırıcıları ve enerji iletimi gibi teknolojilerde kullanılır.*
- *Nanoteknoloji: Yeni elektronik, enerji depolama ve sensörler gibi alanlardaki yeni malzemelerin tasarımı.*
- *Telekomünikasyon: Fiber Optik iletişimde Kuantum mekaniği oldukça önemlidir. Fiber optik kablolar, ışık yayılma prensiplerine dayanırlar, verilerin uzun mesafede minimum kayıpla iletilmesini sağlarlar.*
- *Enerji ve Güneş Hücreleri: Kuantum mekaniği ile daha verimli enerji sistemleri geliştirilmektedir.*
- *Güneş Hücreleri: Fotoelektrik etki ile Modern fotovoltaik hücrelerin oluşması sağlanmıştır.*

Kuantum Mekanikinin Yapısı ve Kuantum Teorisinin Simetrileri

Necessary and Sufficient Conditions
(Gerek ve Yeter Koşullar)

Hermiticlik, Kuantum Teorisinin yeter koşulu olarak ortaya çıkmıştır.

Ancak gerekli midir?

Hermitisel Sistemler

- Geleneksel Kuantum Mekaniğine göre Gözlenebilirler (Observable) reel spektruma sahip, diyagonalleştirilebilen operatörlerden oluşur.
- Buna göre Dirac Hermitselliğine sahip bir Hamiltonian

$$H = H^\dagger \text{ (} \dagger = \textit{transpoz} + \textit{karmaşık eşlenik} \text{) olarak verilir.}$$

- Bu ise enerjinin reel olmasını ve olasılık koruyan bir zaman evrilmesini sağlar.
- Hermitisel sistemler Üniterdir ve izole edilmiş kapalı sistemlerde görülürler.
- Ancak, fiziksel sistemler Hilbert uzayının dışındaki serbestlik derecelerine doğru enerji, parçacık ve bilgi akışından dolayı olasılığın korunmadığı durumları içermektedir. *Bu durumlarda hermitsellik bozulur.*

Hermitisel Olmayan (non-Hermitian) Sistemler

- Bu tür sistemler genellikle açık kuantum sistemleridir ve bu sistemlerde üniterlik özelliği bulunmaz.
- Hermitisel olmayan bir Hamiltonian

$H \neq H^\dagger$ olarak verilir.

- Bu yüzden enerji reel olmayabilir ve korunması beklenmez. Bu nedenle de sistemde bir kayıp söz konusudur ve olasılık korunmayacaktır.
- Hermitisel olmayan sistemler bazen reel özedeğerlere sahip olabilmektedirler.
- Mesela, $H = p^2 + ix^3$ şeklindeki bir hamiltonian hermitisel olmasa da reel spektruma sahiptir. Bu hamiltonian PT-simetriktir [*Bender & Boettcher, PRL 80, 5243 (1998)*].
- Dolayısıyla, yukarıdaki aksiom, PT simetrik Kuantum Mekaniğine genelleştirilmelidir.

PT-Simetrik Kuantum Mekanigi

- Dirac Hermitselliğini, daha zayıf bir koşul olarak PT-Simetri ile yer değiştiriyoruz:
- **P = Parity (Eşlem, Yansıma simetrisi)**
- **T= Zamanda tersinme simetrisi**

$$\mathbf{P}\psi(x) := \psi(-x)$$

$$\mathbf{T}\psi(x) := \psi(x)^*$$

$$\mathbf{P} := \begin{cases} \hat{p} \rightarrow -\hat{p} \\ \hat{x} \rightarrow -\hat{x} \end{cases} \quad \mathbf{P}^2 = \mathbf{I}, \quad \mathbf{T} := \begin{cases} \hat{p} \rightarrow -\hat{p} \\ \hat{x} \rightarrow \hat{x} \\ i \rightarrow -i \end{cases} \quad \mathbf{T}^2 = \mathbf{I}$$

$$\text{PT operatörü: } \mathbf{PT} := \begin{cases} \hat{p} \rightarrow \hat{p} \\ \hat{x} \rightarrow -\hat{x} \\ i \rightarrow -i \end{cases} \quad \mathbf{P}^2 = \mathbf{T}^2 = (\mathbf{PT})^2 = \mathbf{I}, \quad [\mathbf{P}, \mathbf{T}] = 0$$

- Ancak bütün PT-simetrik operatörler bize reel spektrum vermemektedir, Mesela: $\mathbf{H} = i\mathbf{x}^3$ hamiltonianı PT-simetrik olmasına rağmen, spektrumu sanaldır.
- Bununla beraber PT-simetrik olmasa da reel spektruma sahip operatörler de vardır: $\mathbf{H} = (\mathbf{p} + \zeta\mathbf{x})^2 + \mathbf{x}^2$ veya $\mathbf{H} = \mathbf{p}^2 + \zeta\delta(\mathbf{x})$, $\zeta \in \mathbb{C}$ gibi.
- O halde, hangi operatörleri düşünmeliyiz?
- Bu bize Dirac Hermitselliğine sahip Kuantum mekaniğinden Hermisyensi (Pseudo-Hermitian) Kuantum mekaniğine götürür.

- **PT-Simetrik Potansiyel:**

Schrödinger Denklemi
$$i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right] \psi(x,t)$$

Bunun PT simetrik olabilmesi koşulu nedir?

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right] \psi(x,t)$$

⇓ **PT**

$$i\hbar \frac{\partial \psi^*(-x,-t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V^*(-x) \right] \psi^*(-x,-t)$$

➤ Eğer $\psi(x,t)$ Schrödinger denklemini sağlıyorsa, **PT** $\psi(x,t) = \psi^*(-x,-t)$ 'te sağlayacaktır. Bu durumda $V(x) = V^*(-x)$ olmalıdır.

- Optikte PT Simetri:

Schrödinger denklemi

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right] \psi(x,t)$$

Paraksiyal Kırınım Denklemi

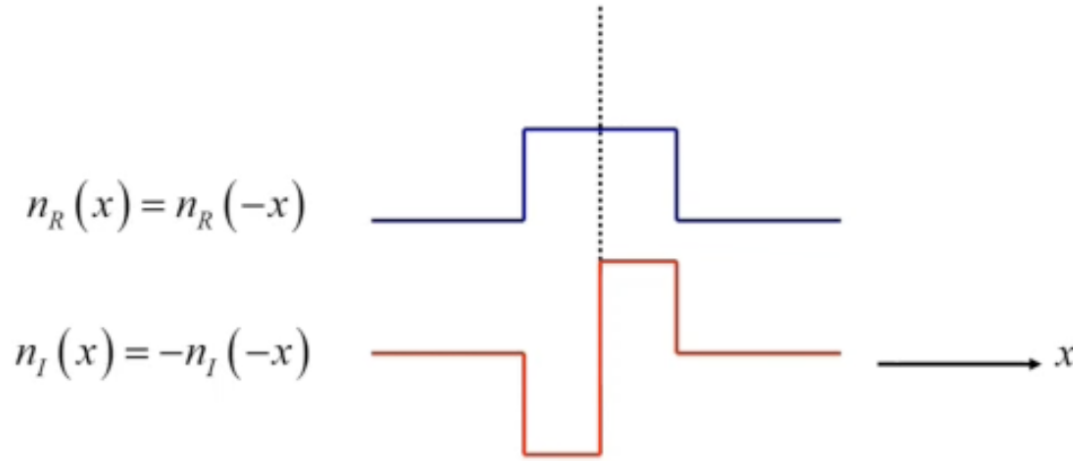
$$i \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + k_0 n(x) E = 0$$

PT-Simetrik Potansiyel: $V(x) = V^*(-x) \implies n^*(x) = n(-x)$

$$n(x) = n_R(x) + i\xi n_I(x) \implies \begin{cases} \xi = 0 & \text{ise hermitsel hamiltonyan} \\ \xi < \xi_{th} & \text{ise reel özdeğerler} \\ \xi > \xi_{th} & \text{ise karmaşık özdeğerler} \end{cases}$$

$$\xi = \begin{cases} \text{kayıp,} & > \text{ise} \\ \text{kazanç,} & < \text{ise} \end{cases}$$

- Optikte PT Simetriyi Nasıl Gerçekleştirebiliriz?



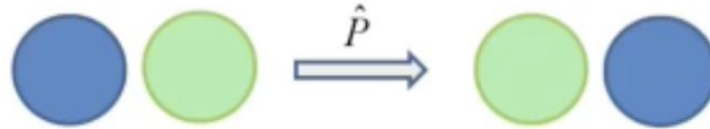
1. Ayarlanabilir, uzaysal olarak modüle edilmiş bir dielektrik fonksiyona sahip bir sistem hazırlanarak
2. Birbirini dengeleyecek şekilde birisi kayıp, diğeri kazanç ortamından oluşan kuple olmuş iki optik sistem hazırlayarak. Burada kuple gücü kontrol edilebilmelidir.

- PT Simetrisinin anlamı nedir?

➤ PT simetri: Parite ve zamanda tersinme altında değişmezliklidir.

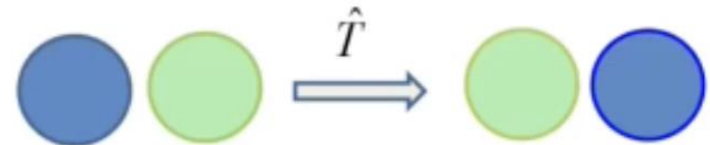
$$[H, PT] = 0$$

$$\hat{P} \equiv \begin{cases} \hat{p} \rightarrow -\hat{p} \\ \hat{x} \rightarrow -\hat{x} \end{cases}$$

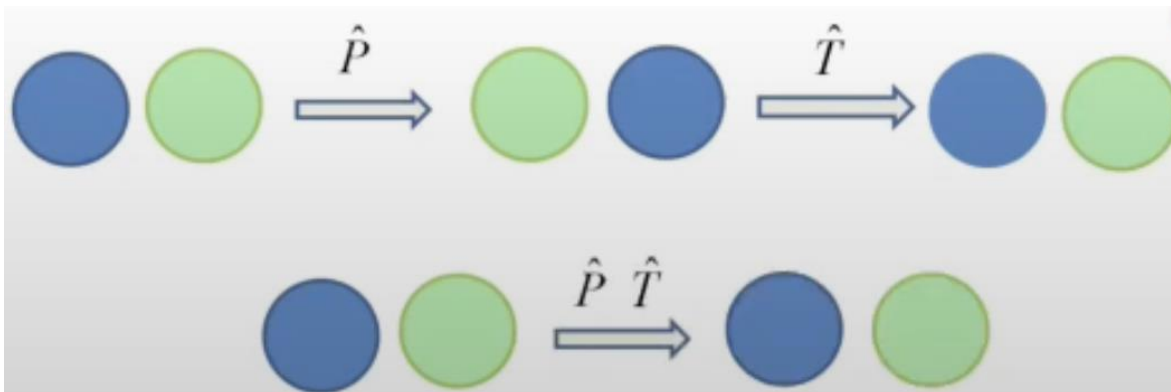


sistemi değiştir

$$\hat{T} \equiv \begin{cases} \hat{p} \rightarrow -\hat{p} \\ \hat{x} \rightarrow \hat{x} \\ i \rightarrow -i \end{cases}$$



kazanç kayıp olur,
kayıpta kazanç olur.



• Fiziksel Sistemlerde Kazanç ve Kayıp:

- Fotonik
- Akustik
- Mekanik
- Elektronik
- Plazmonik
- Biyolojik Sistemler

Kuplaj

Sürekli değişimindeki yapılar

Kazanç

Kayıp

Yeni Aygıtlar

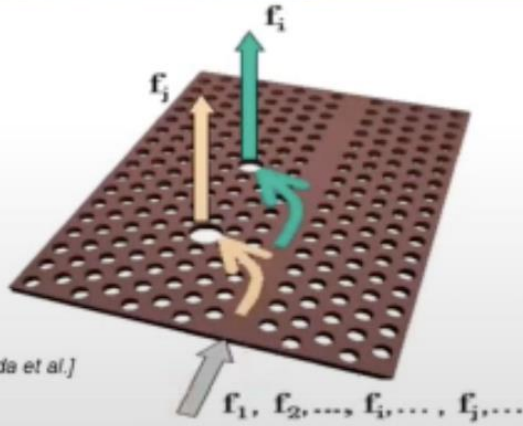
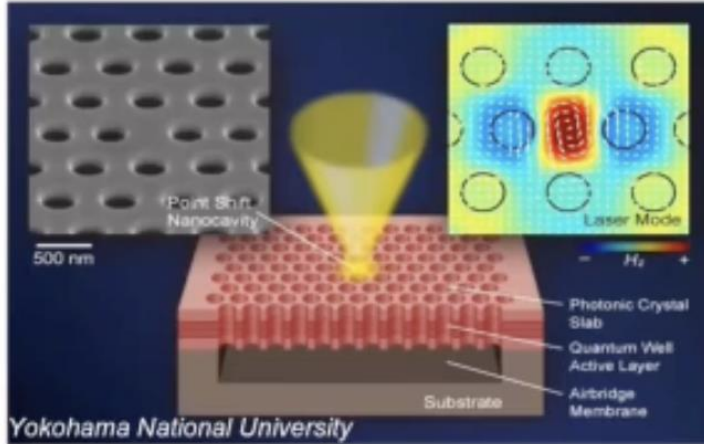
Yeni Fonksiyonlar

Lazerler: Hiç kayıp olmadığı zaman

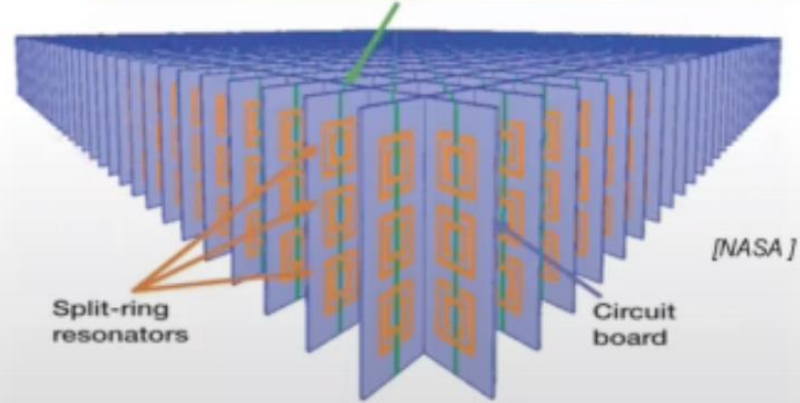
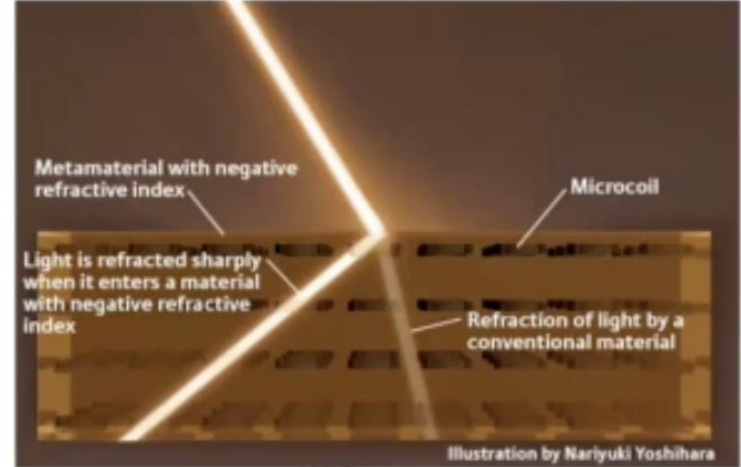
Soğurucular: Doğada her yerde bulunan dağılma durumları: zararlı

Yeni Yapılara Giden Yollar

Photonic crystals



Metamaterials



- *Hermitsel olmayan sistemler, bilinen yapılardan daha üstün özelliklere sahip yeni yapıların oluşmasına neden olabilir mi?*

Exploring Spectral Singularities and Topological Lasers in \mathcal{PT} -Symmetric Weyl Semimetals

Arda Sevinç[✉]

Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Türkiye

Rama Alassad[✉]

Institute of Graduate Studies in Science, Istanbul University, Istanbul 34134, Türkiye

Mustafa Sarisaman[✉]

Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Türkiye and National Intelligence Academy, Institute of Engineering and Science, Ankara, Türkiye

This paper investigates the unique properties of \mathcal{PT} -symmetric Topological Weyl Semimetals (TWS) within the framework of non-Hermitian physics, focusing on their potential for generating topological lasers. By exploring the role of spectral singularities and their relationship to exceptional points, we examine how these materials, characterized by Weyl nodes and topologically protected surface states, can support novel optical phenomena such as unidirectional propagation and en-

\mathcal{PT} -Symmetric Metamaterial: A Non-Hermitian Approach

Özge Beyza Vardar,^{1,✉} Mohammad Mehdi Sadeghi,^{1,✉} and Mustafa Sarisaman^{1,✉}

¹*Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Turkey*

This study delves into the intriguing properties of metamaterials and investigates their novel and complex applications through scattering formalism, a key area of recent research in Non-Hermitian physics. By analyzing the scattering solutions within a negative index metamaterial (NIM) medium, we derived the relevant transfer matrix. We also pinpointed the essential conditions for the appear-

Circular Dichroism in Nonlinear Topological Weyl Semimetals

Helda Alomeare¹

¹*Institute of Graduate Studies in Science, Istanbul University, Vezneciler, Istanbul, 34134, Turkey*

Ferhat Nutku² and Mustafa Sarisaman²

²*Department of Physics, Faculty of Science, Istanbul University, Vezneciler, Istanbul, 34134, Turkey*

E-mail: fnutku@istanbul.edu.tr

March 2023

Abstract. In recent years, the field of topological photonics has emerged as a promising area of research due to its potential for developing new photonic devices with unique properties. Topological Weyl semimetals (TWS), which are characterized by the presence of Weyl points in their electronic band structure, are one such example

Topological Behavior of Spectral Singularities in Topological Weyl Semimetals

Mustafa Sarisaman,^{1,✉} Seval Tasdemir,^{2,✉} and Saber Rostamzadeh^{1,3,✉}

¹*Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Turkey*

²*Department of Physics Kocaeli University, Izmit, Turkey*

³*Laboratoire de Physique des Solides, Université Paris Saclay, CNRS UMR 8502, 91405 Orsay Cedex, France*

In this study, we examine the topological character of spectral singularities by using TM mode configuration in a Topological Weyl Semimetal (TWSM). TM mode configuration restrains the effect of Kerr/Faraday rotations and therefore does not allow an extra degree of freedom to occur. We find out that surface currents arise due to topological terms on the surface of TWSM slab where no Fermi arcs are localized. We also investigate the contribution of the Θ -term, which is the origin of axions in topological materials, and especially the b -term, to the topological properties. As a result of our study, we clearly reveal the topological character of b -term for the first time and we demonstrate

Coherent Perfect Absorption in Weyl Semimetals: A Path to Topologically Enhanced Light-Matter Interactions

This study explores the unique intersection of Topological Weyl Semimetals (TWS) and non-Hermitian physics, focusing on the potential of Coherent Perfect Absorbers (CPAs) in such materials, with the investigation based on the fact that CPA is viewed as time-reversed lasers. We introduce a theoretical model for TWS CPAs based on the transfer matrix method, demonstrating that topologically protected surface states lead to 12 distinct feasible CPA configurations characterized by quantized loss values. This study offers a novel approach to understanding self-dual spectral singularities in the context of TWS and examines the impact of the axion term on the system's scattering behavior. Our findings reveal how the Θ -term significantly affects the loss value and its

Exploring Metamaterial Lasers through Non-Hermitian Scattering Formalism

Özge Beyza Vardar,¹ Uğur Tamer,² Mohammad Mehdi Sadeghi,^{2,3} and Mustafa Sarisaman^{2,4}

¹*Institute of Graduate Studies in Science, Istanbul University, Istanbul 34134, Türkiye*

²*Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Türkiye*

³*Department of Physics, Jahrom University, Jahrom 74137-66171, Iran*

⁴*National Intelligence Academy, Institute of Engineering and Science, Ankara, Türkiye*

(^{*}Electronic mail: mustafa.sarisaman@istanbul.edu.tr)

(Dated: 11 March 2025)

This study explores the exciting properties of metamaterials and their innovative applications in non-Hermitian physics, with particular emphasis on the scattering formalism, a key topic of recent research. We have analyzed how light behaves in a negative index metamaterial (NIM), allowing us to develop a transfer matrix and identify the essential conditions for the occurrence of spectral singularities. These findings are crucial for fine-tuning system parameters that will drive the development of metamaterial slab lasers and coherent perfect absorber (CPA) systems. Overall, our

Exploring Spectral Singularities in Dirac Semimetals: The Role of Non-Hermitian Physics and Dichroism

Mustafa Sarisaman,^{1,2,✉} Enes Talha Kirca,^{1,✉} and Murat Taş^{3,✉}

¹*Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Turkey*

²*National Intelligence Academy, Institute of Engineering and Science, Ankara, Turkey*

³*Department of Physics, Gebze Technical University, 41400 Kocaeli, Türkiye*

In this study, motivated by recent advancements in non-Hermitian physics, we explore the new characteristics of Dirac semimetals (DSMs) using scattering techniques, with the goal of uncovering additional unique properties. To achieve this, we investigate how the axion texture of the material affects its topological properties by analyzing its interaction with electromagnetic waves. We ex-

- Bütün PT-simetrik operatörler bize reel spektrum vermemektedir, Mesela: $H = ix^3$ hamiltonianı PT-simetrik olmasına rağmen, spektrumu sanaldır.
- Bununla beraber PT-simetrik olmasa da reel spektruma sahip operatörler de vardır: $H = (p + \zeta x)^2 + x^2$ veya $H = p^2 + \zeta \delta(x)$, $\zeta \in \mathbb{C}$ gibi.
- O halde, hangi operatörleri düşünmeliyiz?
 - Bu bize Dirac Hermitselliğine sahip Kuantum mekaniğinden Hermisyensi (Pseudo-Hermitian) Kuantum mekaniğine götürür.

Pseudo-Hermitian (Hermisyensi)-Kuantum Mekanığı

- H 'nin diyagonalleştirilebilmesi bize tam ve çift-ortogonallığe (biortogonal) sahip bir eigenstate'lerin varlığını gösterir: $\{(\phi_n, \psi_n)\}$

$$H\psi_n = E_n\psi_n, \quad H^\dagger\phi_n = E_n^*\phi_n, \quad \langle\phi_m|\psi_m\rangle = \delta_{mn}, \quad \sum_n|\psi_n\rangle\langle\phi_n| = 1$$

- Buna göre, bir operatörün diyagonelleşmesi ve reel spektuma sahip olabilmesi için

$$H^\dagger = \eta_+ H \eta_+^{-1}, \quad \eta_+ = \sum_n |\phi_n\rangle\langle\phi_n|$$

gerekli ve yeter koşulunu sağlamalıdır.

- Bu durumda inner product,

$$\langle\psi|\phi\rangle \quad \rightarrow \quad \langle\psi|\phi\rangle_{\eta_+} := \langle\psi|\eta_+\phi\rangle$$

şekline dönüşür.

A. Mostafazadeh, JMP 43, 205, 2814, 3944 (2002).

Hermitseel olmayan Kuantum Mekanigi

- Hermitseel olmayan Kuantum Mekaniginin sınırları ise çok daha geniştir. Bunun en iyi bilinen şekli, açık bir sistem olan Kuantum saçılma teorisinde görölmektedir.
- Hermitseel olmayan Kuantum mekaniğinde tipik olarak istisnai noktaların varlığı gözlemlenebilir.
 - Hermitseel olmayan basit bir sistemi şu şekilde alabiliriz:

$$H = \begin{bmatrix} \omega_0 - i\frac{\gamma_1}{2} & \kappa \\ \kappa & \omega_0 - i\frac{\gamma_2}{2} \end{bmatrix}$$

Özdeğerler: $|H - \omega I|=0 \Rightarrow \omega_{\pm} = \omega_0 - i\chi \pm \sqrt{\kappa^2 - \Gamma^2}$

$\chi := (\gamma_1 + \gamma_2)/4$, $\Gamma := (\gamma_2 - \gamma_1)/4$ ve $\beta := \sqrt{\kappa^2 - \Gamma^2}$ ise

$$\circ \beta = \begin{cases} \text{reel, } \kappa^2 > \Gamma^2 \text{ ise } \Rightarrow \omega_{\pm} = (\omega_0 \pm \beta) - i\chi & \text{ayrı frekanslar} \\ & \omega_+ - \omega_- = 2\beta \quad \text{aynı sönümleme} \\ \text{sıfır, } \kappa^2 = \Gamma^2 \text{ ise } \Rightarrow \omega_+ = \omega_- = \omega_0 - i\chi & \text{birleşik frekans} \\ & \text{İstisnai Nokta} \\ \text{imajiner, } \kappa^2 < \Gamma^2 \text{ ise } \Rightarrow \omega_{\pm} = \omega_0 - i(\chi \pm \beta) & \text{reel kısımlar birleşik} \\ & \text{farklı sönümleme} \end{cases}$$

- Özdeğerlerin çakışması durumunda istisnai nokta elde edilmektedir.
- Reel özdeğerlere sahip hermitsel olmayan sistemler ilgi konusudur.

Hermitseel Olmayan Sistemlerdeki İstisnai Noktalar

- Bunlar hermitseel olmayan matrislerin çok özel bir durumudur.
- Bu noktalarda operatör/matris kusurlu hale gelir. Bu yüzden matris köşegenleştirilemez.
- Özdeğerler ve öz durumlar birleşirler (öz durumlar paralel hale gelirler).
- Bu tür istisnai noktaların bulunabildiği basit bir örnek yukarıda verilmiştir.

Hermitisel olmayan Kuantum Mekanikği ve Saçılma Teorisi

➤ Hermisyen olmayan Kuantum Mekanikğinin sınırları ise çok daha geniştir. Bunun en iyi bilinen şekli Kuantum saçılma teorisinde görölmektedir.

○ Bu durumun, fiziğın hemen her alanında bir uygulaması var olmasına karşın, en iyi bilinen örnekleri Kuantum Optik ve Yoğun Madde Fiziğında karşılaşılmaktadır.

○ Bir boyutlu saçılma olayında, zamandan bağımsız Schrödinger denklemi:
$$-\psi(x)'' + v(x)\psi(x) = k^2\psi(x)$$

ile verilir. $v: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ k 'ya bağı bir karmaşık bir potansiyel ve $x \rightarrow \pm\infty$ giderken $v(x) \rightarrow 0$ olur.

○ Bu denklemin asimtotik çözümü:

$x \rightarrow \pm\infty$ giderken $\psi(x) = A_{\pm}e^{ikx} + B_{\pm}e^{-ikx}$ şeklindedir.

○ Transfer Matrisi:
$$\begin{bmatrix} A_+ \\ B_+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11}(k) & M_{12}(k) \\ M_{21}(k) & M_{22}(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_- \\ B_- \end{bmatrix}, \quad \det M = 1.$$

Bir Boyutta Saçılma Teorisi

○ Sol ve Sağ taraftan saçılma

$$\psi^{left}(x) = \begin{cases} e^{ikx} + R^l e^{-ikx}, & x \rightarrow -\infty \text{ giderken} \\ T^l e^{-ikx}, & x \rightarrow +\infty \text{ giderken} \end{cases}$$
$$\psi^{right}(x) = \begin{cases} T^r e^{-ikx}, & x \rightarrow -\infty \text{ giderken} \\ e^{-ikx} + R^r e^{ikx}, & x \rightarrow +\infty \text{ giderken} \end{cases}$$

○ Resiprokal olması durumunda $T^r = T^l =: T$ ve transfer matrisinin bileşenleri cinsinden

$$R^l = -\frac{M_{21}}{M_{22}}, \quad R^r = \frac{M_{12}}{M_{22}}, \quad T = \frac{1}{M_{22}} \quad \text{olur.}$$

- Spektral Tekillikler, M_{22} 'nin reel sıfır değerleri ile verilirler.
- Spektral tekilik noktalarında yansıma ve iletim genlikleri ıraksar, yani gelen dalgaların genlikleri sonsuza gider.
- Fiziksel olarak bu noktalar, rezonans benzeri davranış sergileyen saçılma durumlarına karşılık gelirler. [*A. Mostafazadeh, PRL 102, 220402 (2009)*].

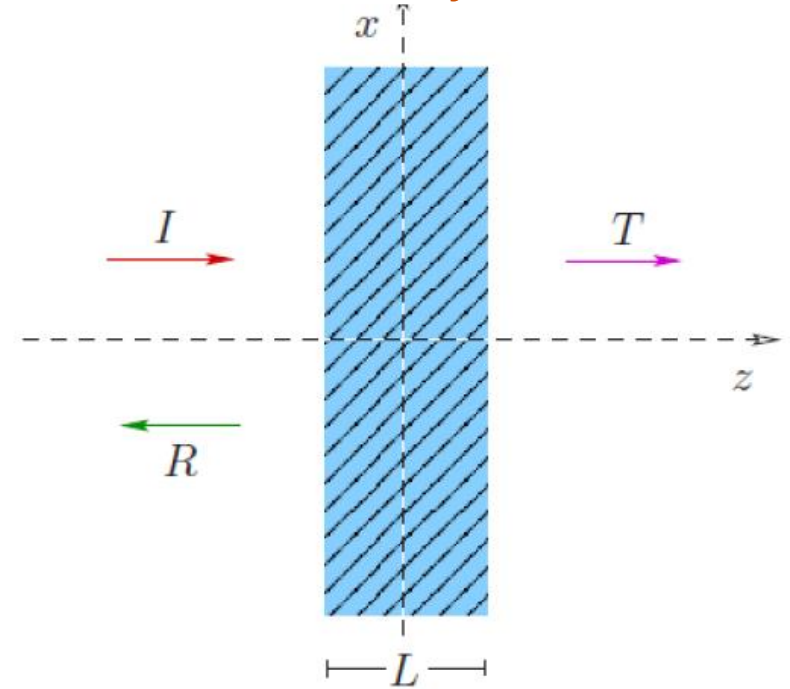
Fiziksel Bir Uygulama-Sonsuz düzlem levha kazanç ortamı:

$$\bullet n^2 \partial_t^2 \vec{E} - c^2 \partial_z^2 \vec{E} = 0$$

$$\bullet \vec{E}(z, t) = E e^{-i\omega t} \psi(z) \hat{e}_x$$

ise Schrödinger denklemini;

$$-\psi(z)'' + v(z)\psi(z) = k^2\psi(z)$$



Buradaki karmaşık bariyer potansiyeli:

$$v(z) := \begin{cases} \mathfrak{z}, & |z| \leq L/2 \\ 0, & |z| \geq L/2 \end{cases}$$

$$\mathfrak{z} = k^2(1-n^2) \in \mathbb{C}, \quad k = \omega/c$$

$n = \eta + i\kappa$, kırılma indisidir.

➤ $\kappa < 0$ ise $|\vec{E}|^2$ genliği üstel olarak artar. Bu durumda κ katsayısı kazanç ortamı oluşturur ve kazanç katsayısı şu şekilde tanımlanır:

$$g := -\frac{2\omega\kappa}{c}.$$

➤ $\kappa > 0$ ise, dalganın genliği ortam içerisinde soğrulur ve κ bir kayıp ortamı oluşturmuş olur.

➤ Kazanç ortamı durumunda spektral tekillikler:

$$M_{22} = 0 \quad \text{ise} \quad e^{-2inLk} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 \quad \text{bulunur.}$$

Buradaki $R := \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ ifadesi optikte reflektivite (reflectivity) olarak isimlendirilir ve lazer eşik koşulunu verir. Eşik değere sahip kazanç miktarı:

$$g = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{|R|^2} \quad \text{olarak bulunur. (Lazer eşik koşulu)}$$

CPA (Uyumlu Mükemmel Soğurucu) Lazer/AntiLazer

- Eğer transfer matrisinin zamanda tersi alınırsa bu durumda:

$$M_{22} \xleftrightarrow{T} M_{11}^* \text{ bulunur.}$$

- Dolayısıyla M_{11} 'in reel sıfırları da bize kendine-dual spektral tekillik noktalarını verecektir ve bu ise CPA koşulunu ortaya çıkartacaktır.
- CPA lazerleri, ortamdaki kazanç miktarının kayıp miktarı ile yer değiştirmesi ile elde edilirler ve gelen dalganın tamamen ortam içerisinde soğrulmasını sağlarlar.
- Bu durumda zamanda tersinen optik spektral tekillikler meydana gelirler.

[Wan et al, Science 2010]

Oblik TE ve TM Modlu Lazer ve CPA

PHYSICAL REVIEW A **91**, 043804 (2015)

Lasing-threshold condition for oblique TE and TM modes, spectral singularities, and coherent perfect absorption

Ali Mostafazadeh* and Mustafa Sarısaman

Departments of Mathematics and Physics, Koç University, Sarıyer 34450, Istanbul, Turkey

(Received 12 January 2015; published 3 April 2015)

We study spectral singularities and their application in determining the threshold gain coefficient $g^{(E/M)}$ for oblique transverse electric or magnetic (TE/TM) modes of an infinite planar slab of homogenous optically active material. We show that $g^{(E)}$ is a monotonically decreasing function of the incidence angle θ (measured with

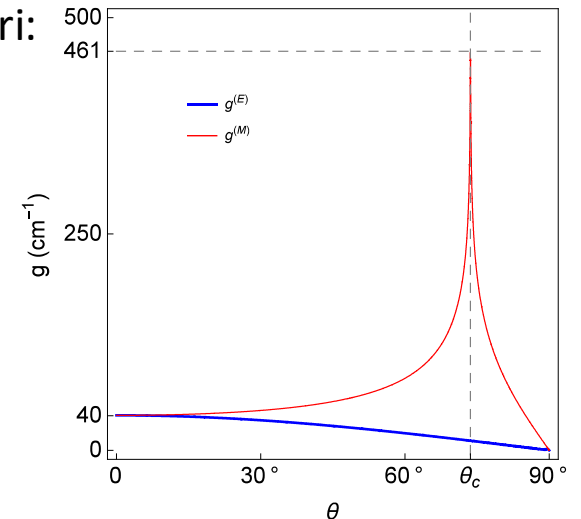
- Ortamın kırılma indisi karmaşık, etkin bir değer olarak açığa bağlı değişim gösterir:

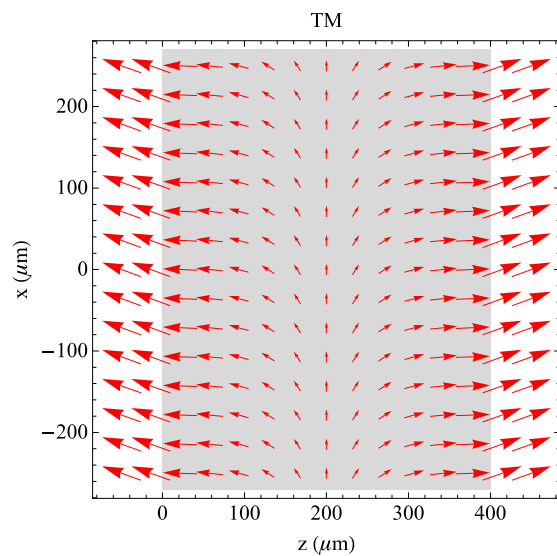
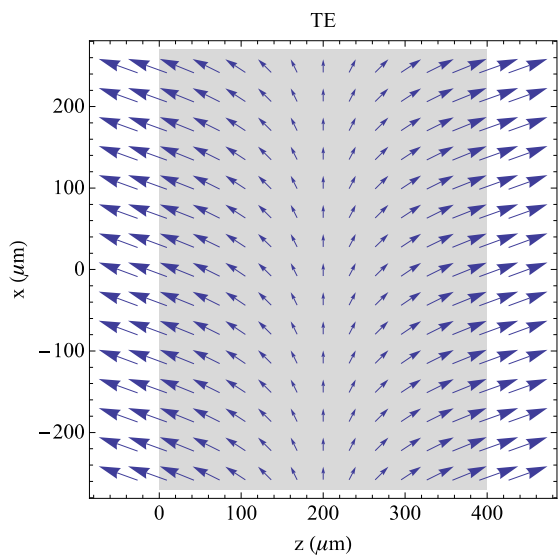
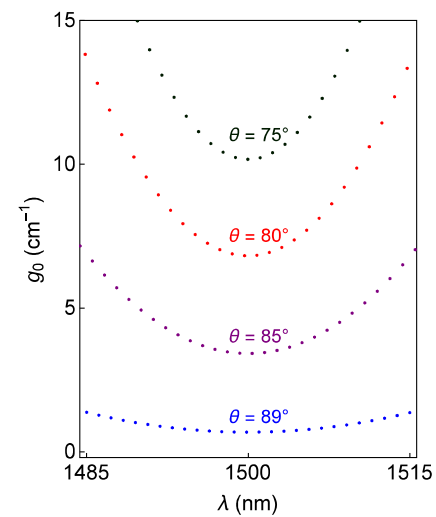
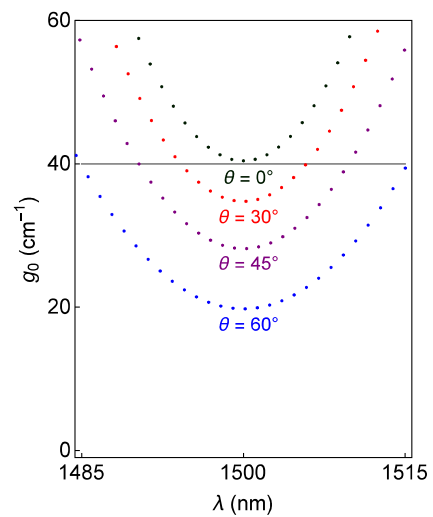
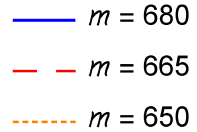
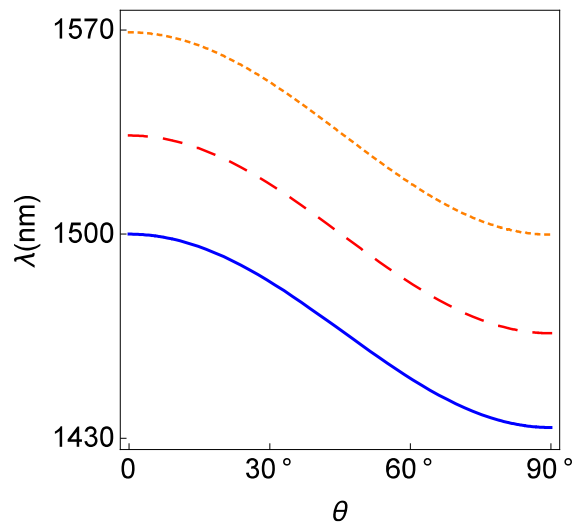
$$\tilde{n} := \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta}$$

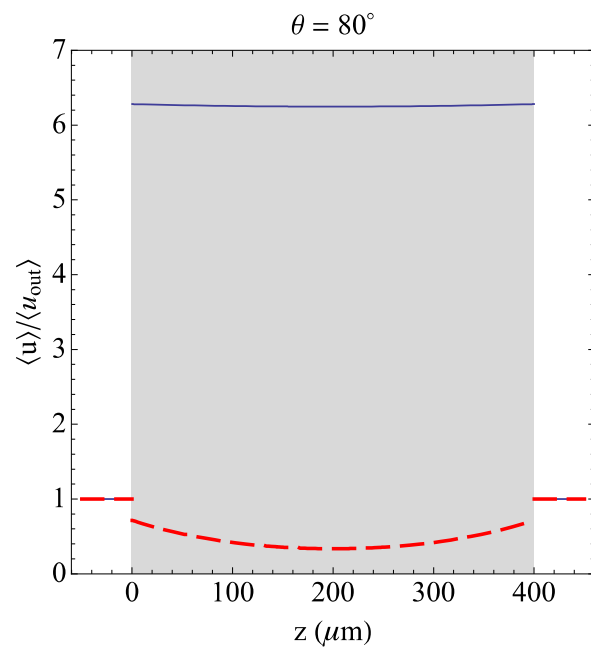
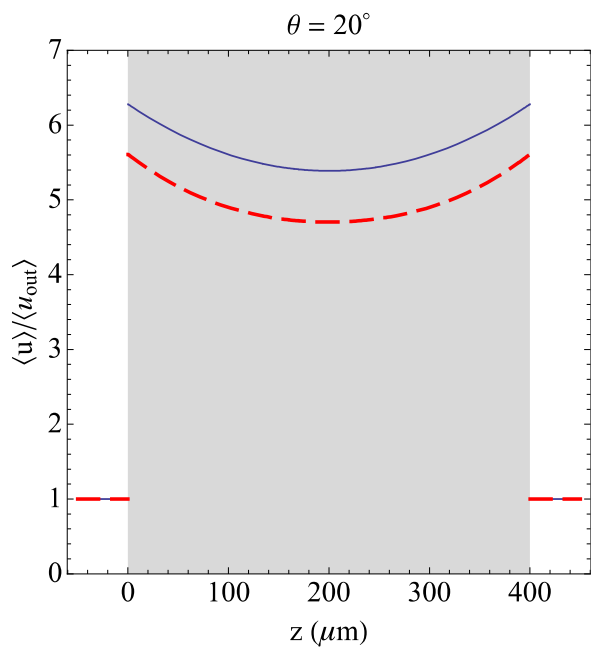
- Bu durumda, sistemdeki kazanç ve dalga boyu değerleri:

$$g^{(E/M)} = \frac{2 \operatorname{Im}(n)}{L \operatorname{Im}(n')} \ln \left| \frac{n' - n^\ell \cos \theta}{n' + n^\ell \cos \theta} \right|,$$

$$\lambda^{(E/M)} = \frac{2\pi L \operatorname{Re}(n')}{\pi m - \varphi^{(E/M)}},$$







Whispering Gallery ve Singular Gallery Modlar

PHYSICAL REVIEW A **87**, 063834 (2013)

Spectral singularities and whispering gallery modes of a cylindrical gain medium

Ali Mostafazadeh* and Mustafa Sarisaman

Department of Mathematics, Koç University, Sarıyer 34450, Istanbul, Turkey

(Received 11 February 2013; published 20 June 2013)

Complex scattering potentials can admit scattering states that behave exactly like a zero-width resonance. Their energy is what mathematicians call a spectral singularity. This phenomenon admits optical realizations in the form of lasing at the threshold gain, and its time-reversal is responsible for antilasing. We study spectral

PHYSICAL REVIEW A **88**, 033810 (2013)

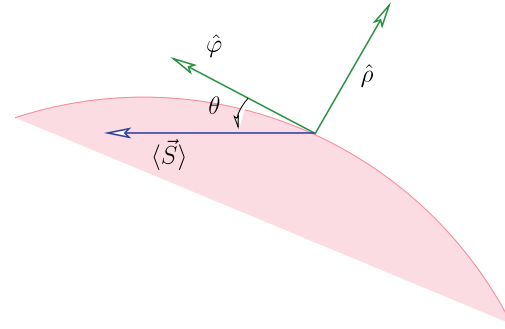
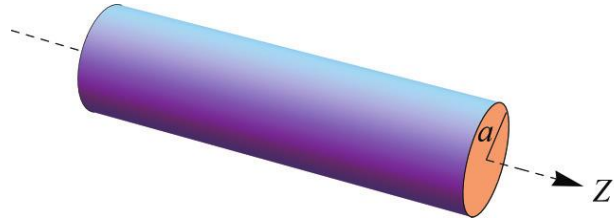
Spectral singularities in the surface modes of a spherical gain medium

Ali Mostafazadeh* and Mustafa Sarisaman

Department of Mathematics, Koç University, Sarıyer 34450, Istanbul, Turkey

(Received 23 July 2013; published 5 September 2013)

We study the surface modes of a homogenous spherical gain medium and provide a comprehensive analytic treatment of a special class of these modes that supports spectral singularities. Because the latter have a divergent



- Whispering Gallery Modlar, silindirik veya küresel bir ortamın kenarları etrafında dolanan dalga konfigürasyonlarıdır. Bu modlar, ortam içerisindeki ortalama enerji maksimum değerini alırken Poynting vektörü yüzeye en yakın olduğu durumlarda görülür.

$$\langle u \rangle = \frac{|b_1 J_v(nk\rho)|^2}{4\mu_0 c^2 k^2} \left[k^2 \text{Re}(n^2) + \frac{v^2}{\rho^2} + \left| \frac{\partial_\rho J_v(nk\rho)}{J_v(nk\rho)} \right|^2 \right],$$

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{|b_1 J_v(nk\rho)|^2}{2\mu_0 c k} \left\{ \frac{v}{\rho} \hat{\phi} + \text{Im} \left[\frac{\partial_\rho J_v(nk\rho)}{J_v(nk\rho)} \right] \hat{\rho} \right\}.$$

$$\theta = -\tan^{-1} \left\{ \frac{\rho}{v} \text{Im} \left[\frac{\partial_\rho J_v(nk\rho)}{J_v(nk\rho)} \right] \right\}.$$

- Literatürde kullanılan WGM'lar Lord Rayleigh'in 1905 yılında ortaya koyduğu fikre dayanır ve maksimum enerjinin Bessel fonksiyonlarının sıfırlarında olduğu durumlarda oluşur:

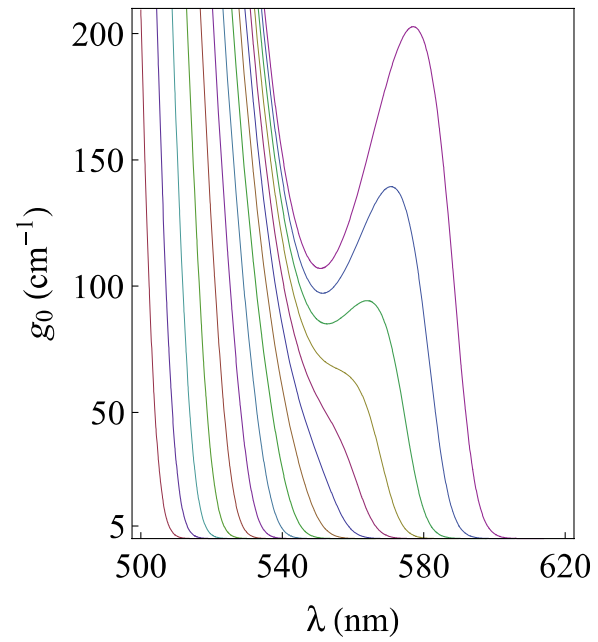
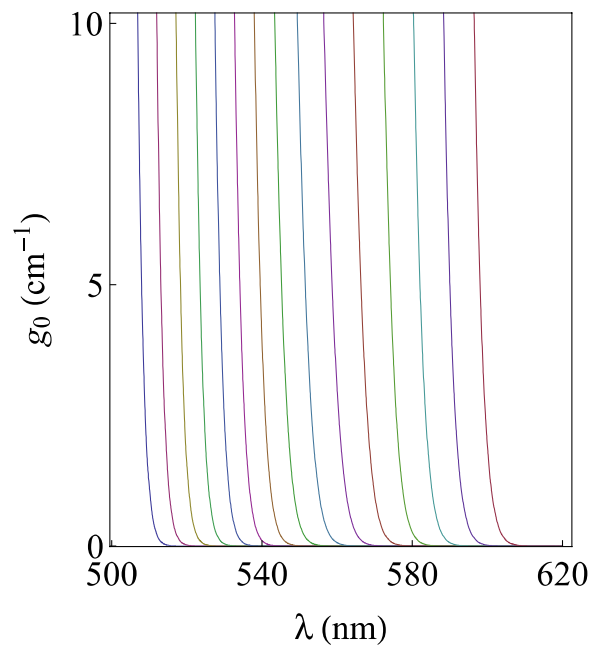
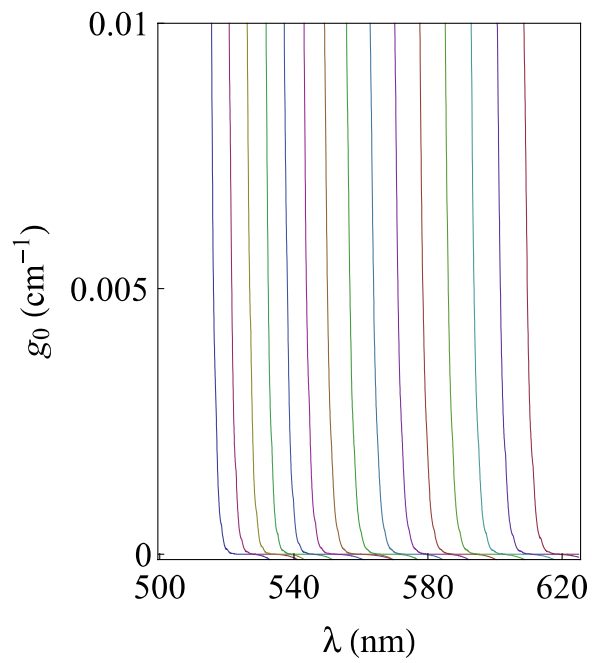
$$j_{\nu,1} = \nu[1 + 1.856 \nu^{-(2/3)} + \mathcal{O}(\nu^{-(4/3)})],$$

- Ancak bizim bulduğumuz konfigurasyonda ise bunlar Bessel fonksiyonların türevlerinin sıfırlarında meydana gelirler:

$$j'_{\nu,1} = \nu[1 + 0.809 \nu^{-(2/3)} + \mathcal{O}(\nu^{-(4/3)})],$$

TABLE II. Values of q_{\max} , λ_{\min} , λ_{\max} , and g_{\min} for various ν , $\eta = 1.479$, and $a = 75 \mu\text{m}$.

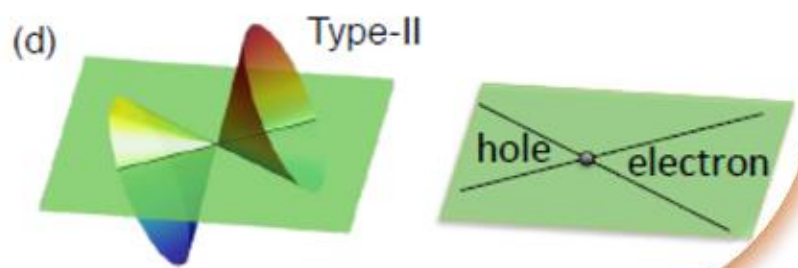
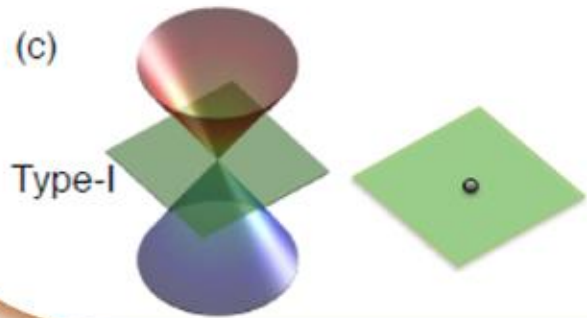
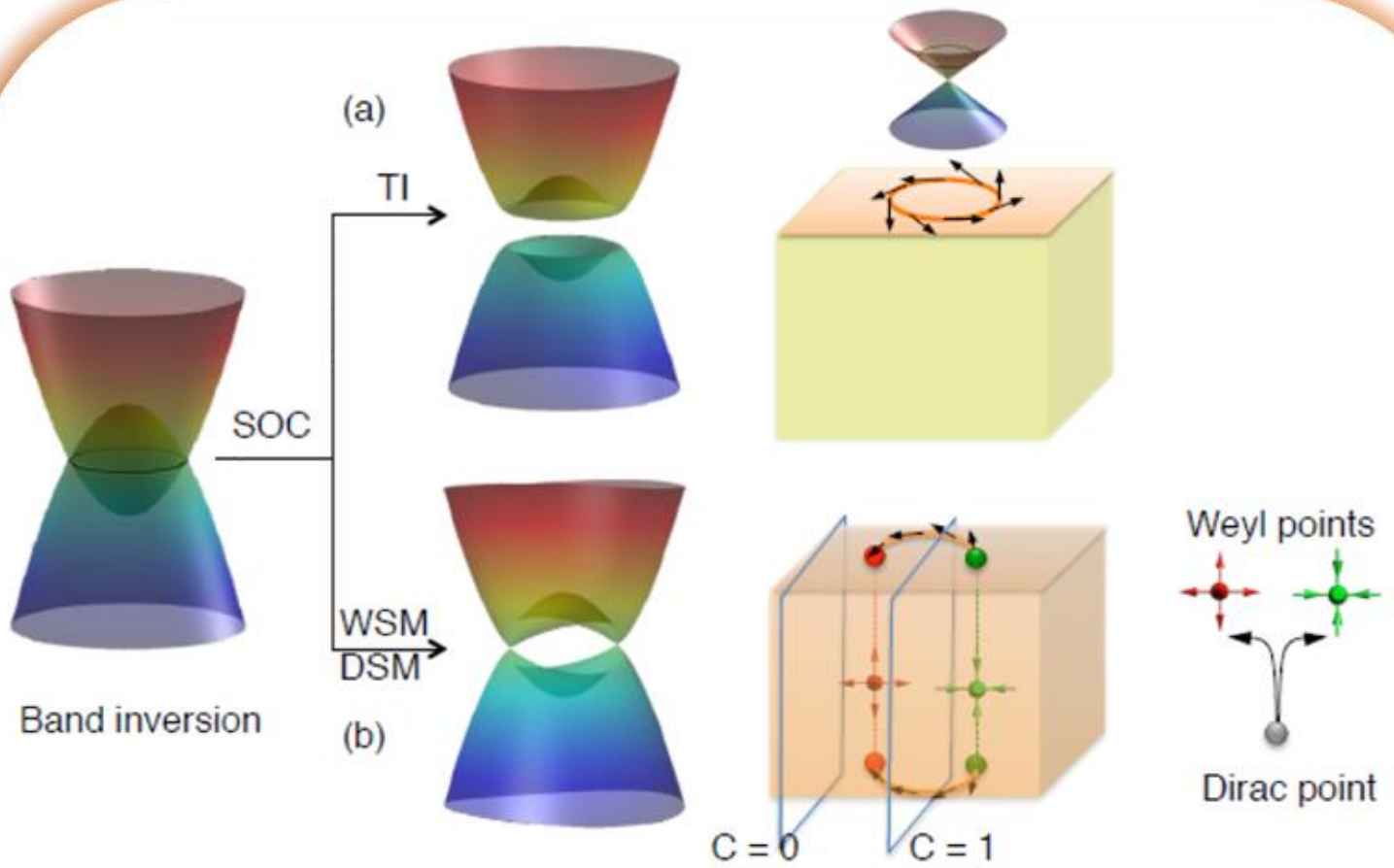
ν	q_{\max}	λ_{\min} (nm)	λ_{\max} (nm)	g_{\min} (cm ⁻¹)
850	70	555.275	804.615	1.536×10^{-140}
900	74	524.647	760.428	2.693×10^{-149}
950	78	497.222	720.851	4.632×10^{-158}
1000	83	472.522	685.196	7.836×10^{-167}
1050	87	448.938	652.909	1.305×10^{-175}
1100	92	428.703	623.533	2.144×10^{-184}
1150	95	410.214	596.691	3.477×10^{-193}



Topolojik Weyl Semimetal ve Saçılma Teorisi

- Yeni ortaya çıkan madde fazlarından olan Topolojik malzemeler, özellikle son zamanlarda oldukça yoğun çalışma alanı oluşturmuştur. Topolojik yalıtkanlar, Topolojik Weyl ve Dirac yarımetalleri en iyi bilinen örnekleridir.
- Topolojik malzemelerin fotonik uygulamaları topolojik fotonik ismiyle çok yeni bir alandır. Özellikle non-Hermitian uygulamaları dikkat çekicidir.
- Bu malzemelerin temel özelliği, topolojik yalıtkindan farklı olarak malzeme içerisinde kısmen iletken ve yüzeylerinde ise iletken ve deformasyonlara karşı oldukça güçlüdürler.
- Topolojik Weyl yarımetali ilk defa 2011 yılında öngörölmüş [*Wan et al, PRB 83, 205101 (2011); Xu et al, PRL. 107, 186806 (2011); Burkov et al. PRL. 107, 127205 (2011); Lu et al, Nat. Photon. 7, 294 (2013); Huang et al, Nat. Commun. 6, 7373 (2014).*] ve ilk defa 2014 yılında TaAs malzemesi ile deneysel olarak gözlenmiştir [*Xu et al, Science 349, 613 (2015); Lv et al, Phys. Rev. X 5, 031013 (2015)*]

- Bu fazın belli yoğun madde sistemlerinde gerçekleştirilme olasılığından dolayı özellikle büyük ilgi görmektedir.
- Teorik olarak potansiyel topolojik Weyl yarımatali olabilecek HgTe sınıfı malzemeler, Praseodymium and Plutonium gibi malzemeler öne sürülmektedir.
- Bir Weyl yarımatali, düşük enerji uyarılmalarının Weyl denklemini sağladığı bir bulk kristaldir.
- İletim ve valans bantları, Weyl düğümünden uzaklaşan bütün momentum uzayı yönlerinde doğrusal dağılım (dispersion) ilişkisi gösteren ayırık noktalarda (Weyl düğümleri) birbirine değerkler.
- Weyl yarımatalin topolojik doğası, farklı kiralliğe sahip Weyl fermiyonlarının momentum uzayında ayrışmasını sağlar. Bu ise momentum uzayında Berry akısının (flux) bir monopole bir de antimonopole olarak bulunmasını sağlar.
- Bu iki düğüm arasındaki mesafenin varlığı, Weyl yarımatalin yüzeyinde Fermi Arc adını verdiğimiz yüzey durumları oluştururlar.



➤ Topolojik Weyl Yarımatali için Aksiyon: $S = S_0 + S_\Theta$

$$S_0 = \int \left\{ -\frac{1}{4\mu_0} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} F_{\mu\nu} \mathcal{P}^{\mu\nu} - J^\mu A_\mu \right\} d^3x dt,$$

$$S_\Theta = \frac{\alpha}{8\pi\mu_0} \int \left\{ \Theta(\vec{r}, t) \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta} \right\} d^3x dt,$$

(F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* 58, 1799 1987; E. M. Murchikova, *J. Phys. A: Math. Theor.* 44, 045401 2011)

➤ $P^{\mu\nu}$ tensörü, elektrik polarizasyonunu ve magnetizasyonunu simgeler ve

$$\mathcal{P}^{0i} = cP^i \quad \mathcal{P}^{ij} = -\varepsilon^{ijk} M_k.$$

aksiyon terimi ise

$$\Theta(\vec{r}, t) = 2\vec{b} \cdot \vec{r} - 2b_0 t$$

S aksiyonunun A_μ 'ye göre varyasyonunu alırsak

$$-\frac{1}{\mu_0} \partial_\nu F^{\mu\nu} + \partial_\nu \mathcal{P}^{\mu\nu} + \frac{\alpha}{2\pi\mu_0} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu (\Theta F_{\alpha\beta}) = J^\mu$$

➤ Buradan Maxwell denklemleri:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathcal{D}} &= \rho(z) + \beta \vec{b} \cdot \vec{\mathcal{B}}, & \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathcal{B}} &= 0, \\ \vec{\nabla} \times \vec{\mathcal{H}} - \partial_t \vec{\mathcal{D}} &= \vec{\mathcal{J}}(z) - \beta \vec{b} \times \vec{\mathcal{E}}, & \partial_t \vec{\mathcal{B}} + \vec{\nabla} \times \vec{\mathcal{E}} &= \vec{0}.\end{aligned}$$

$$\beta := 2\alpha/\pi Z_0 \qquad \alpha := e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$$

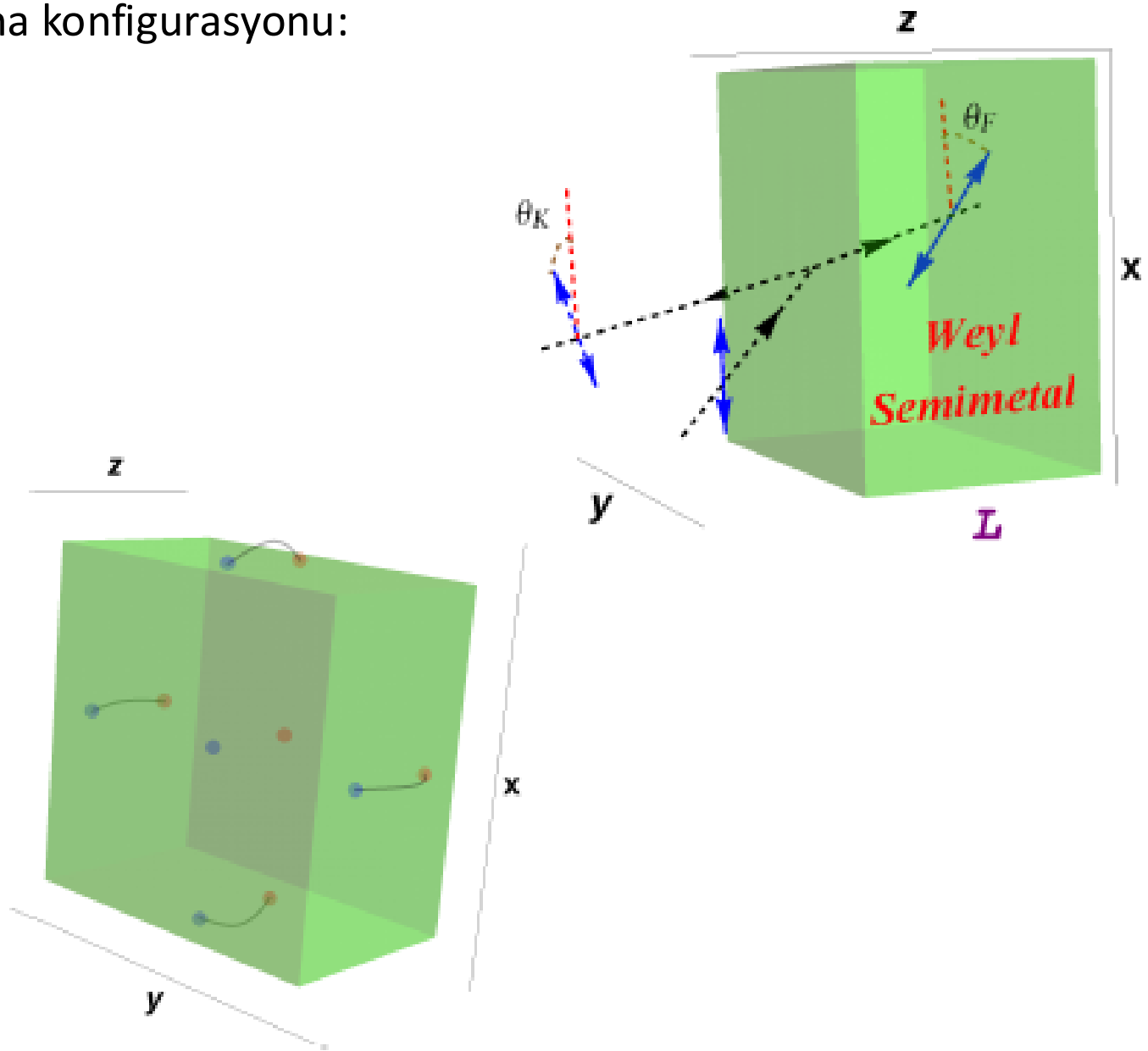
$$\vec{\mathcal{D}} := \tilde{\epsilon} \vec{\mathcal{E}}, \qquad \vec{\mathcal{B}} := \tilde{\mu} \vec{\mathcal{H}},$$

$$\tilde{\epsilon} := \epsilon_0 \epsilon \qquad \tilde{\mu} := \mu_0 \mu$$

$$\epsilon(z) := \begin{cases} \epsilon_b + \frac{i\sigma_{yy}}{\epsilon_0\omega} & \text{for } z \in [0, L], \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\mu(z) := \begin{cases} 1 + \chi_m & \text{for } z \in [0, L], \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- Saçılma konfigürasyonu:



- Levha içerisinde $n^2 := \epsilon\mu$ iken $\mathbf{n} := \eta + i\kappa$ olarak yazılır.
- Elektromanyetik dalganın gönderildiği yüzey üzerinde serbest yük ve akım yoğunlukları bulunacaktır. Akım yoğunluğu ise yüzey iletkenliklerinden hesaplanabilir:

$$\rho^s(z) := \rho^{(1)}\delta(z) + \rho^{(2)}\delta(z - L),$$

$$\sigma^s(z) := \sigma^{(1)}\delta(z) + \sigma^{(2)}\delta(z - L),$$

- Bu yüzey yük ve akımları, süreklilik denklemini sağlarlar:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathcal{J}}^s + \partial_t \rho^s(z) = 0$$

$$\vec{\mathcal{J}}^s := \sigma^s(z)\vec{\mathcal{E}}.$$

- Yüzey akım değerini tensörel olarak yazabiliriz: $\vec{\mathcal{J}}^s_\alpha = \sigma^s_{\alpha\beta}\vec{E}_\beta$

$$\sigma^s_{yy} = \frac{e^2 k_c}{3\pi h \hat{\omega}_c} \left\{ 1 - i \left[\hat{\omega}_c^2 + \ln |1 - \hat{\omega}_c^2| \right] \right\}$$

$$\sigma^s_{yx} = \frac{e^2 b}{\pi h} + \frac{\alpha c}{3\pi v_F} \ln |1 - \hat{\omega}_c^2| \quad \hat{\omega}_c := 2\omega_c/\omega, \quad \omega_c := v_F k_c$$

➤ Burada ψ_{\pm} , potansiyelleri $v_{\pm}(\mathbf{z}) = \mathcal{K}^2 \mathfrak{z}_{\pm}(\mathbf{z})$ olarak verilen şu şekildeki Schrödinger denklemlerinin çözümleridir:

$$-\psi_{\pm}'' + v_{\pm}(\mathbf{z})\psi_{\pm} = \mathcal{K}^2\psi_{\pm}$$

➤ Buradaki $\mathfrak{z}_{\pm}(\mathbf{z})$

$$\mathfrak{z}_{\pm}(\mathbf{z}) := \mathfrak{z}(\mathbf{z}) \pm \frac{2\alpha L b(\mathbf{z})}{\pi \mathcal{K} \cos \theta}$$

➤ Dolayısı ile efektif kırılma indisleri \tilde{n}_{\pm} olan birefringence (çifte kırılım) olayına sebep olacaktır ve

$$\tilde{n}_{\pm} = \sqrt{\tilde{n}^2 \pm 2\alpha b L / \pi \mathcal{K} \cos \theta}$$

- Dolayısıyla ile Topolojik Weyl yarımatalin içerisinde ve dışarısındaki elektromanyetik alanlar:

Components of \vec{E} -field	Components of \vec{H} -field
$E_x = \frac{(\mathcal{F}_+ + \mathcal{G}_+)}{2} e^{i\kappa x \tan \theta}$	$H_x = \frac{i \cos \theta}{2Z_0} [\sqrt{\delta_+} \mathcal{F}_- - \sqrt{\delta_-} \mathcal{G}_-] e^{i\kappa x \tan \theta}$
$E_y = \frac{-i(\mathcal{F}_+ - \mathcal{G}_+)}{2} e^{i\kappa x \tan \theta}$	$H_y = \frac{\cos \theta}{2Z_0 \mu} [\sqrt{\delta_+} \mathcal{F}_- + \sqrt{\delta_-} \mathcal{G}_-] e^{i\kappa x \tan \theta}$
$E_z = 0$	$H_z = -\frac{i \sin \theta}{2Z_0} [\mathcal{F}_+ - \mathcal{G}_+] e^{i\kappa x \tan \theta}$

$$\mathcal{F}_\pm := \begin{cases} A_1^{(-)} e^{i\kappa z} \pm C_1^{(-)} e^{-i\kappa z} & \text{for } z < 0, \\ B_1^{(+)} e^{i\kappa+z} \pm B_2^{(+)} e^{-i\kappa+z} & \text{for } 0 < z < 1, \\ A_1^{(+)} e^{i\kappa z} \pm C_1^{(+)} e^{-i\kappa z} & \text{for } z > 1. \end{cases}$$

$$\mathcal{G}_\pm := \begin{cases} A_2^{(-)} e^{i\kappa z} \pm C_2^{(-)} e^{-i\kappa z} & \text{for } z < 0, \\ B_1^{(-)} e^{i\kappa-z} \pm B_2^{(-)} e^{-i\kappa-z} & \text{for } 0 < z < 1, \\ A_2^{(+)} e^{i\kappa z} \pm C_2^{(+)} e^{-i\kappa z} & \text{for } z > 1. \end{cases}$$

$$\kappa_j := \kappa \tilde{n}_j$$

➤ Topolojik malzemenin sınır değerleri hesaplanırsa:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^2 [A_j^{(-)} + C_j^{(-)}] = \sum_{j=-}^+ [B_1^{(j)} + B_2^{(j)}], \\
 & \sum_{j=1}^2 g_j [A_j^{(-)} + C_j^{(-)}] = \sum_{j=-}^+ j [B_1^{(j)} + B_2^{(j)}], \\
 \mathbf{z} = 0 & \quad \mu \sum_{j=1}^2 [(g_j + 2h_j) A_j^{(-)} - (g_j - 2h_j) C_j^{(-)}] = \sum_{j=-}^+ j \tilde{n}_j [B_1^{(j)} - B_2^{(j)}], \\
 & \mu \sum_{j=1}^2 [A_j^{(-)} - C_j^{(-)}] = \sum_{j=-}^+ \tilde{n}_j [B_1^{(j)} - B_2^{(j)}].
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^2 [A_j^{(+)} e^{i\Re} + C_j^{(+)} e^{-i\Re}] = \sum_{j=-}^+ [B_1^{(j)} e^{i\Re_j} + B_2^{(j)} e^{-i\Re_j}], \\
 & \sum_{j=1}^2 g_j [A_j^{(+)} e^{i\Re} + C_j^{(+)} e^{-i\Re}] = \sum_{j=-}^+ j [B_1^{(j)} e^{i\Re_j} + B_2^{(j)} e^{-i\Re_j}], \\
 \mathbf{z} = 1 & \quad \mu \sum_{j=1}^2 [(g_j + 2h_j) A_j^{(+)} e^{i\Re} - (g_j - 2h_j) C_j^{(+)} e^{-i\Re}] = \sum_{j=-}^+ j \tilde{n}_j [B_1^{(j)} e^{i\Re_j} - B_2^{(j)} e^{-i\Re_j}], \\
 & \mu \sum_{j=1}^2 [A_j^{(+)} e^{i\Re} - C_j^{(+)} e^{-i\Re}] = \sum_{j=-}^+ \tilde{n}_j [B_1^{(j)} e^{i\Re_j} - B_2^{(j)} e^{-i\Re_j}].
 \end{aligned}$$

$$g_j := \begin{cases} + & \text{for } j = 1, \\ - & \text{for } j = 2 \end{cases} \quad h_j := \begin{cases} \sigma_+ & \text{for } j = 1, \\ -\sigma_- & \text{for } j = 2 \end{cases}$$

➤ Buradan transfer matrisi şu şekilde yazabiliriz:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(+)} \\ \mathbf{C}^{(+)} \end{pmatrix} = \mathbb{M}(\mathfrak{K}) \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(-)} \\ \mathbf{C}^{(-)} \end{pmatrix}$$

$\mathbf{A}^{(\pm)}$ ve $\mathbf{C}^{(\pm)}$ sırasıyla malzemenin dışında sağa ve sola doğru giden dalgaları temsil eder ve

$$\mathbf{A}^{(\pm)} = \begin{pmatrix} A_1^{(\pm)} \\ A_2^{(\pm)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}^{(\pm)} = \begin{pmatrix} C_1^{(\pm)} \\ C_2^{(\pm)} \end{pmatrix}$$

➤ Dolayısıyla, transfer matrisi

$$\mathbb{M}(\mathfrak{K}) = \begin{pmatrix} \mathbf{T}^l - \mathbf{R}^l \mathbf{R}^r \mathbf{T}^{-r} & \mathbf{R}^r \mathbf{T}^{-r} \\ -\mathbf{R}^l \mathbf{T}^{-r} & \mathbf{T}^{-r} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{T}^l = \bar{\mathbf{T}}^r = \mathbf{T}$$

➤ Elde edilen transfer matrisi ile lazer ve CPA koşulları bulunabilir.

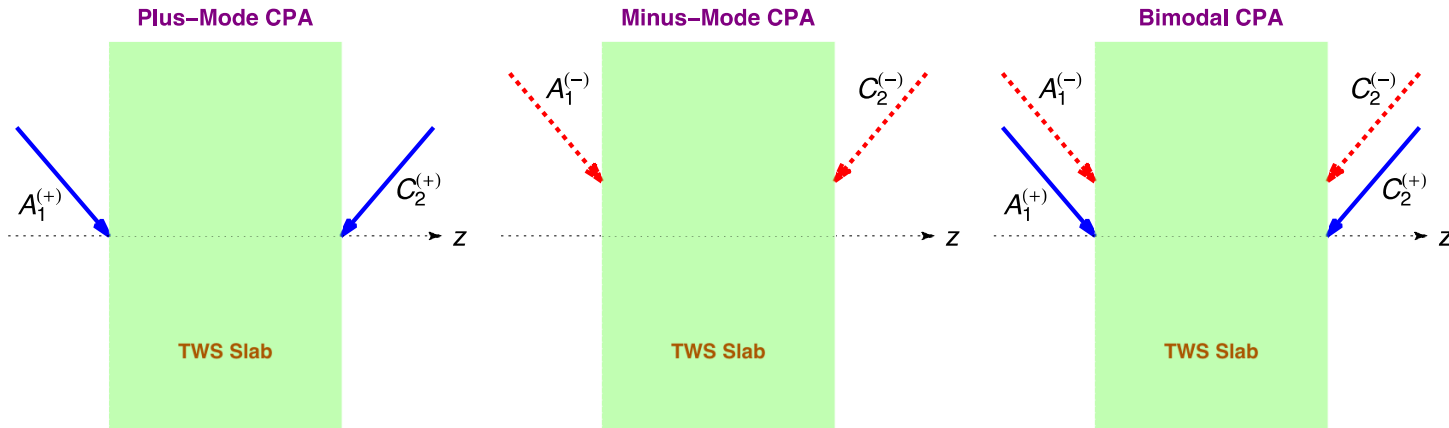
Type of CPA	Identification of CPA	Left Side	Right Side	Self – Dual SS Condition
Type 1	Unidirectional CPA from Left [+ Mode]	+	None	$M_{11} = M_{21} = M_{31} = M_{41} = 0$
Type 2	Unidirectional CPA from Left [- Mode]	-	None	$M_{12} = M_{22} = M_{32} = M_{42} = 0$
Type 3	Unidirectional CPA from Left [Bimodal]	+ & -	None	$M_{11} = M_{21} = M_{31} = M_{41} = 0$ $M_{12} = M_{22} = M_{32} = M_{42} = 0$
Type 4	Bidirectional CPA [+ Mode]	+	+	$M_{11} = M_{21} = M_{41} = 0$
Type 5	Bidirectional CPA [+ from Left, - from Right]	+	-	$M_{11} = M_{21} = M_{31} = 0$
Type 6	Bidirectional CPA [- from Left, + from Right]	-	+	$M_{12} = M_{22} = M_{42} = 0$
Type 7	Bidirectional CPA [- Mode]	-	-	$M_{12} = M_{22} = M_{32} = 0$
Type 8	Bidirectional CPA [+ from Left, +&- from Right]	+	+ & -	$M_{11} = M_{21} = 0$
Type 9	Bidirectional CPA [- from Left, +&- from Right]	-	+ & -	$M_{12} = M_{22} = 0$
Type 10	Bidirectional CPA [+&- from Left, + from Right]	+ & -	+	$M_{11} = M_{12} = 0$ $M_{21} = M_{22} = 0$ $M_{41} = M_{42} = 0$
Type 11	Bidirectional CPA [+&- from Left, - from Right]	+ & -	-	$M_{11} = M_{12} = 0$ $M_{21} = M_{22} = 0$ $M_{31} = M_{32} = 0$
Type 12	Bidirectional CPA [Bimodal]	+ & -	+ & -	$M_{11} = M_{12} = M_{21} = M_{22} = 0$
None	Unidirectional CPA from Right [+ Mode]	None	+	NOT allowed
None	Unidirectional CPA from Right [- Mode]	None	-	NOT allowed
None	Unidirectional CPA from Right [Bimodal]	None	+ & -	NOT allowed
None	non-CPA Action	None	None	NOT allowed

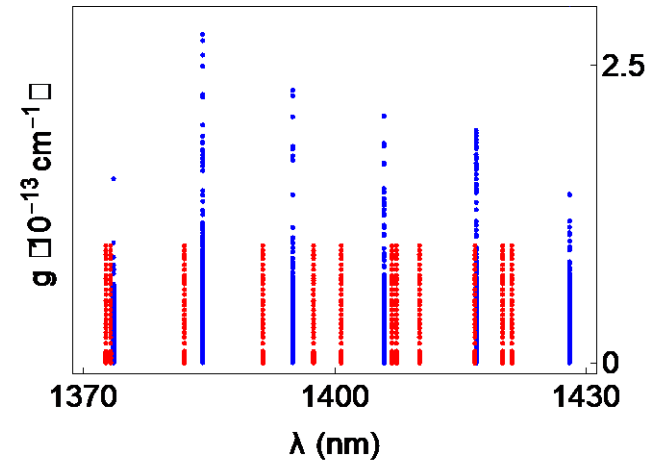
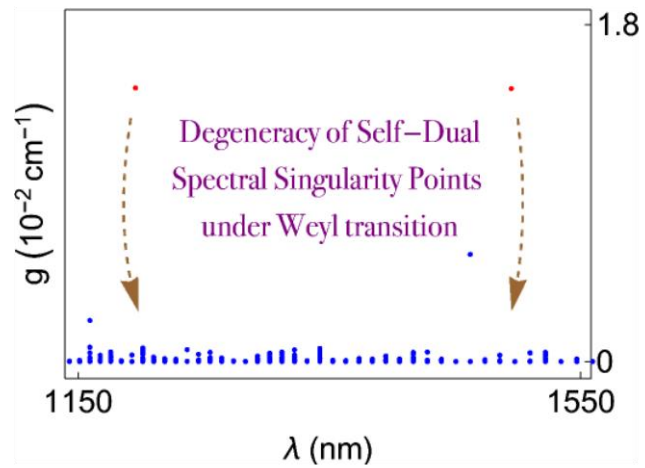
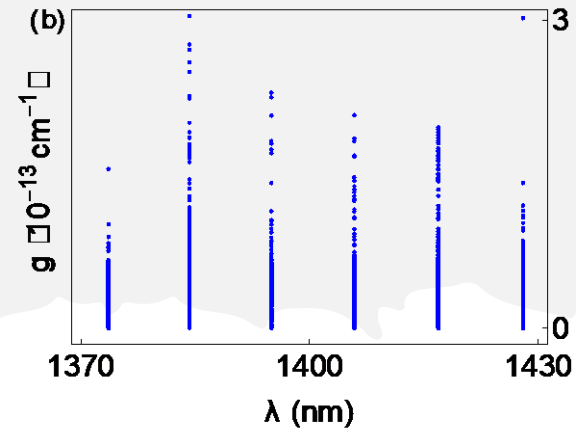
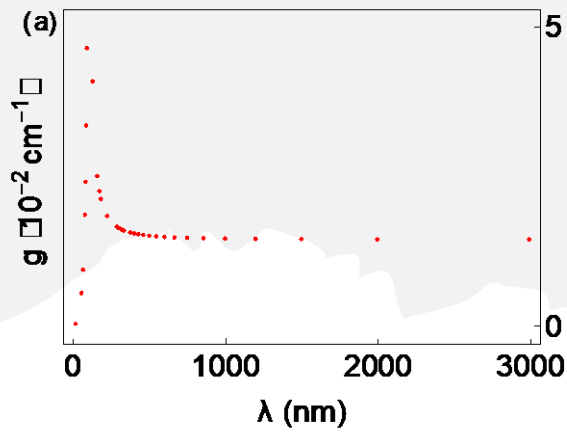
Çift Modlu Topolojik Weyl Semimetal CPA

$$e^{2i\kappa_\ell} = \mathbf{m}_\tau^\ell + \ell \sqrt{\mathbf{m}_\tau^{2\ell} - 1},$$

$$\mathbf{m}_\tau^\ell := 1 + \frac{8\mu^2 \tilde{n}_\ell^2}{[\tilde{n}_\ell^2 - \mu^2(\sigma_\ell + 1)^2]^2}.$$

- Ortaya çıkan topolojik CPA'de, artı ve eksi modlarda ilgili efektif kırılma indislerinden çift yönlü CPA olur.
- Benzer şekilde çift modta, artı ve eksi modların her ikisinden de çift yönlü CPA gözlemlenir.



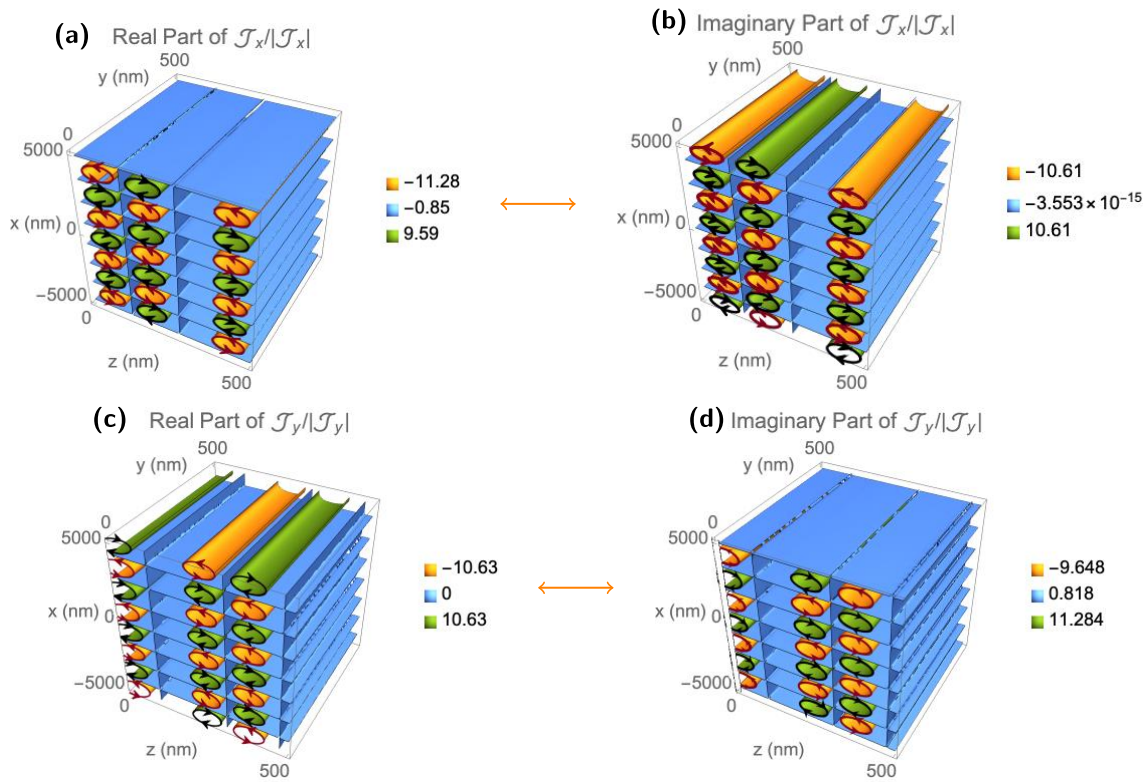


• Without Axion Term ($b=0$) • With Axion Term ($b \neq 0$)

• Plus Mode (Type 4) CPA • Minus Mode (Type 7) CPA

• Aksiyon tarafından indüklenen akımların varlığı:

$$\vec{\mathcal{J}}_{\Theta}^{(\pm)} = -b\beta A_1^{(\pm)} e^{i\Re(\mathbf{x} \tan \theta - 1)} \mathbf{M}^{(\pm)} \left\{ \left[\frac{1}{2} \cos[\Re_{\pm}(\mathbf{z} - 1)] + \mathbf{a}_{\pm} \sin[\Re_{\pm}(\mathbf{z} - 1)] \right] (\hat{e}_y \pm i\hat{e}_x) - \frac{\mathbf{b}_{\mp}}{\sigma_{\mp}} \sin[\Re_{\mp}(\mathbf{z} - 1)] (\hat{e}_y \mp i\hat{e}_x) \right\},$$



PT-Simetrik Topolojik Weyl Semimetal ve Topolojik Lazerler

Exploring Spectral Singularities and Topological Lasers in \mathcal{PT} -Symmetric Weyl Semimetals

Arda Sevinç[✉]

Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Türkiye

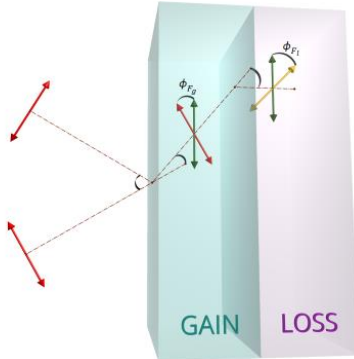
Rama Alassad[✉]

Institute of Graduate Studies in Science, Istanbul University, Istanbul 34134, Türkiye

Mustafa Sarısamak[✉]

Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Türkiye and National Intelligence Academy, Institute of Engineering and Science, Ankara, Türkiye

This paper investigates the unique properties of \mathcal{PT} -symmetric Topological Weyl Semimetals (TWS) within the framework of non-Hermitian physics, focusing on their potential for generating topological lasers. By exploring the role of spectral singularities and their relationship to exceptional points, we examine how these materials, characterized by Weyl nodes and topologically protected



$$\mathbb{M}_{\mathcal{PT}} = \mathbb{M}_{loss} \mathbb{M}_{gain}.$$

$$\mathbb{M} = \mathcal{U}_2^{-1} \mathcal{U}_1,$$

$$\mathcal{U}_j := \mathbb{P}_{j\setminus} \mathbb{S}_1 + \mathbb{P}_{j/} \mathbb{S}_2.$$

$$\begin{aligned} \mathbb{M} &= \left(\mathbb{S}_1^{-1} \mathbb{P}_{2\setminus}^{-1} + \mathbb{S}_2^{-1} \mathbb{P}_{2/}^{-1} \right) \left(\mathbb{P}_{1\setminus} \mathbb{S}_1 + \mathbb{P}_{1/} \mathbb{S}_2 \right), \\ &= \mathbb{S}_1^{-1} \mathbb{P}_{2\setminus}^{-1} \mathbb{P}_{1\setminus} \mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_1^{-1} \mathbb{P}_{2\setminus}^{-1} \mathbb{P}_{1/} \mathbb{S}_2 + \mathbb{S}_2^{-1} \mathbb{P}_{2/}^{-1} \mathbb{P}_{1\setminus} \mathbb{S}_1 + \mathbb{S}_2^{-1} \mathbb{P}_{2/}^{-1} \mathbb{P}_{1/} \mathbb{S}_2 \end{aligned}$$

$$\mathbb{P}_{1\setminus} := \begin{pmatrix} e^{i\Re_{ab+}^{(+)}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\Re_{ab+}^{(-)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\Re_{ab-}^{(-)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i\Re_{ab-}^{(+)}} \end{pmatrix},$$

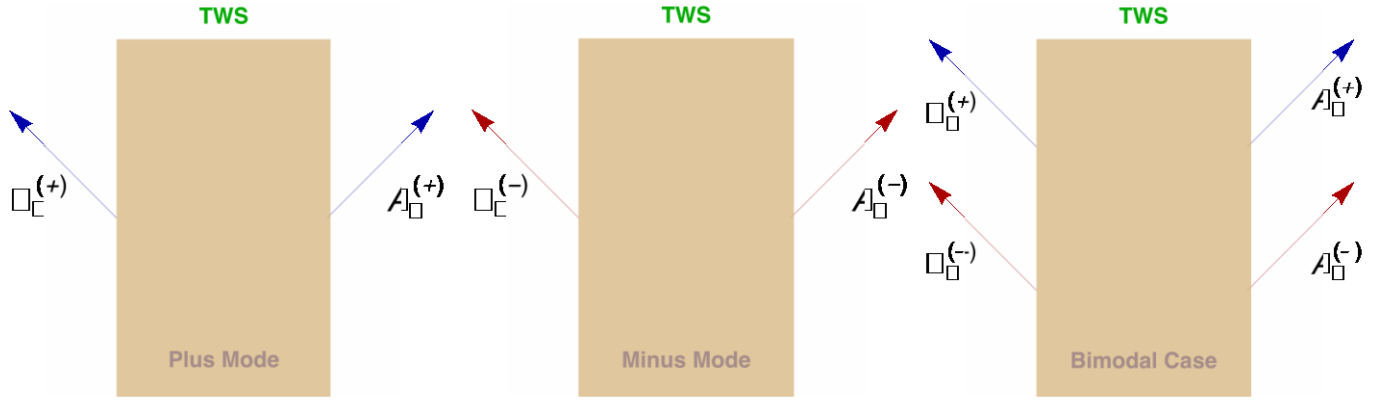
$$\mathbb{P}_{2\setminus} := \begin{pmatrix} e^{i\Re_{ba+}^{(+)}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\Re_{ba+}^{(-)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\Re_{ba-}^{(-)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i\Re_{ba-}^{(+)}} \end{pmatrix},$$

$$\mathbb{S}_1 := \begin{pmatrix} \tilde{n}_+ + \mu(1 + \sigma_+) & -\mu\sigma_- & 0 & 0 \\ \tilde{n}_+ - \mu(1 + \sigma_+) & \mu\sigma_- & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu\sigma_+ & \tilde{n}_- - \mu(1 - \sigma_-) \\ 0 & 0 & \mu\sigma_+ & \tilde{n}_- + \mu(1 - \sigma_-) \end{pmatrix},$$

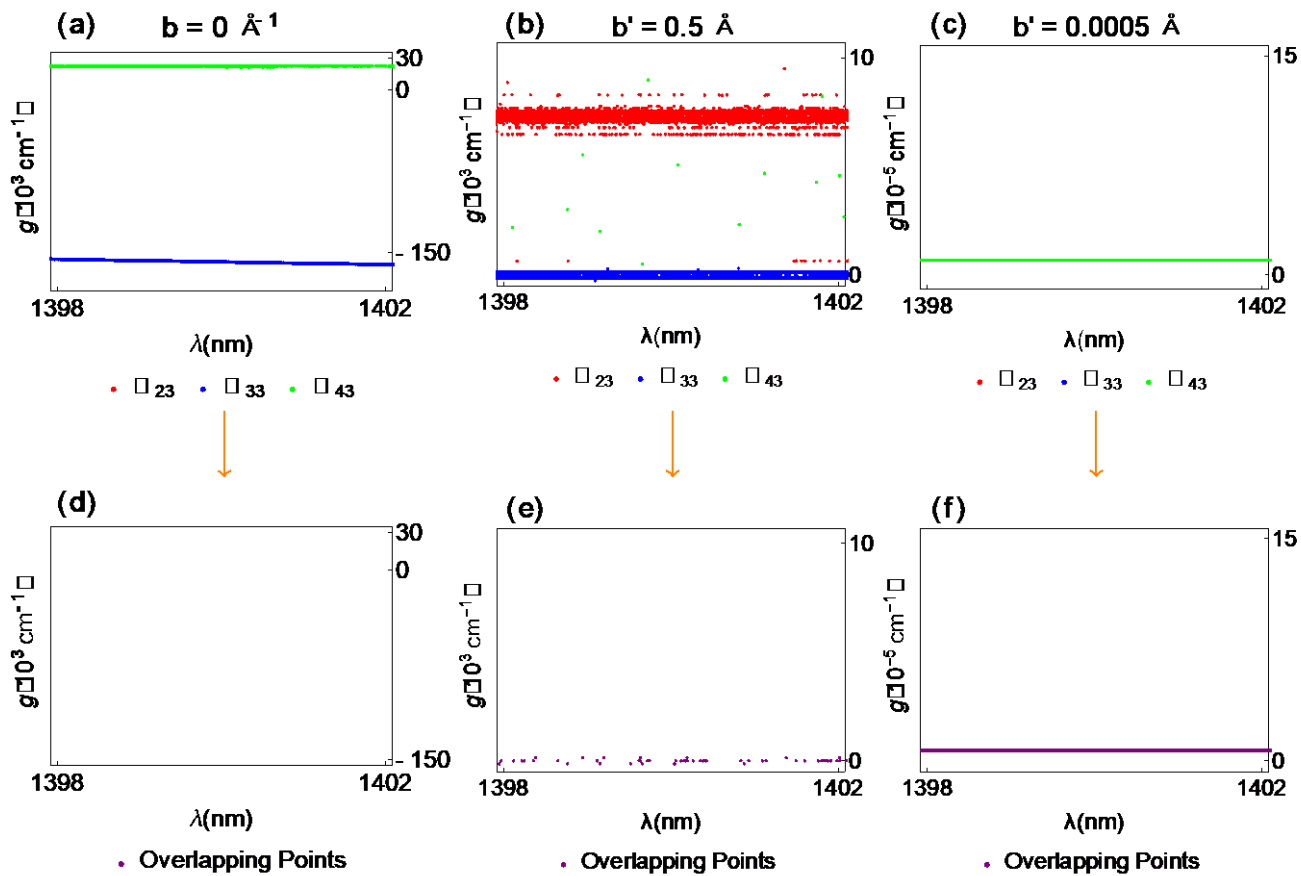
$$\mathbb{P}_{1/} := \begin{pmatrix} e^{-i\Re_{ab+}^{(-)}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\Re_{ab-}^{(+)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\Re_{ab-}^{(+)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\Re_{ab-}^{(-)}} \end{pmatrix},$$

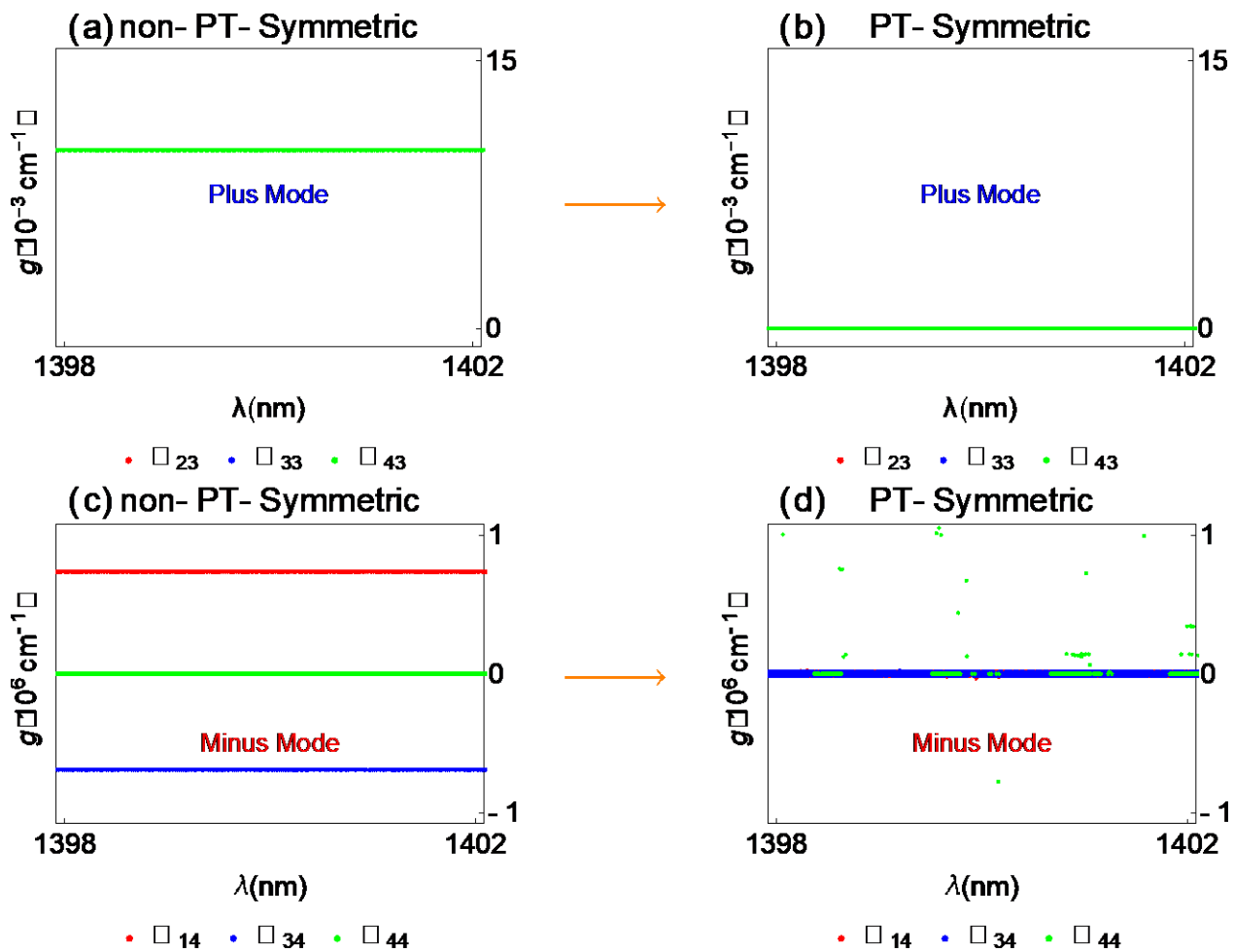
$$\mathbb{P}_{2/} := \begin{pmatrix} e^{-i\Re_{ba+}^{(-)}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\Re_{ba-}^{(+)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\Re_{ba-}^{(+)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\Re_{ba-}^{(-)}} \end{pmatrix},$$

$$\mathbb{S}_2 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & \tilde{n}_+ - \mu(1 - \sigma_+) & -\mu\sigma_- \\ 0 & 0 & \tilde{n}_+ + \mu(1 - \sigma_+) & \mu\sigma_- \\ -\mu\sigma_+ & \tilde{n}_- + \mu(1 + \sigma_-) & 0 & 0 \\ \mu\sigma_+ & \tilde{n}_- - \mu(1 + \sigma_-) & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

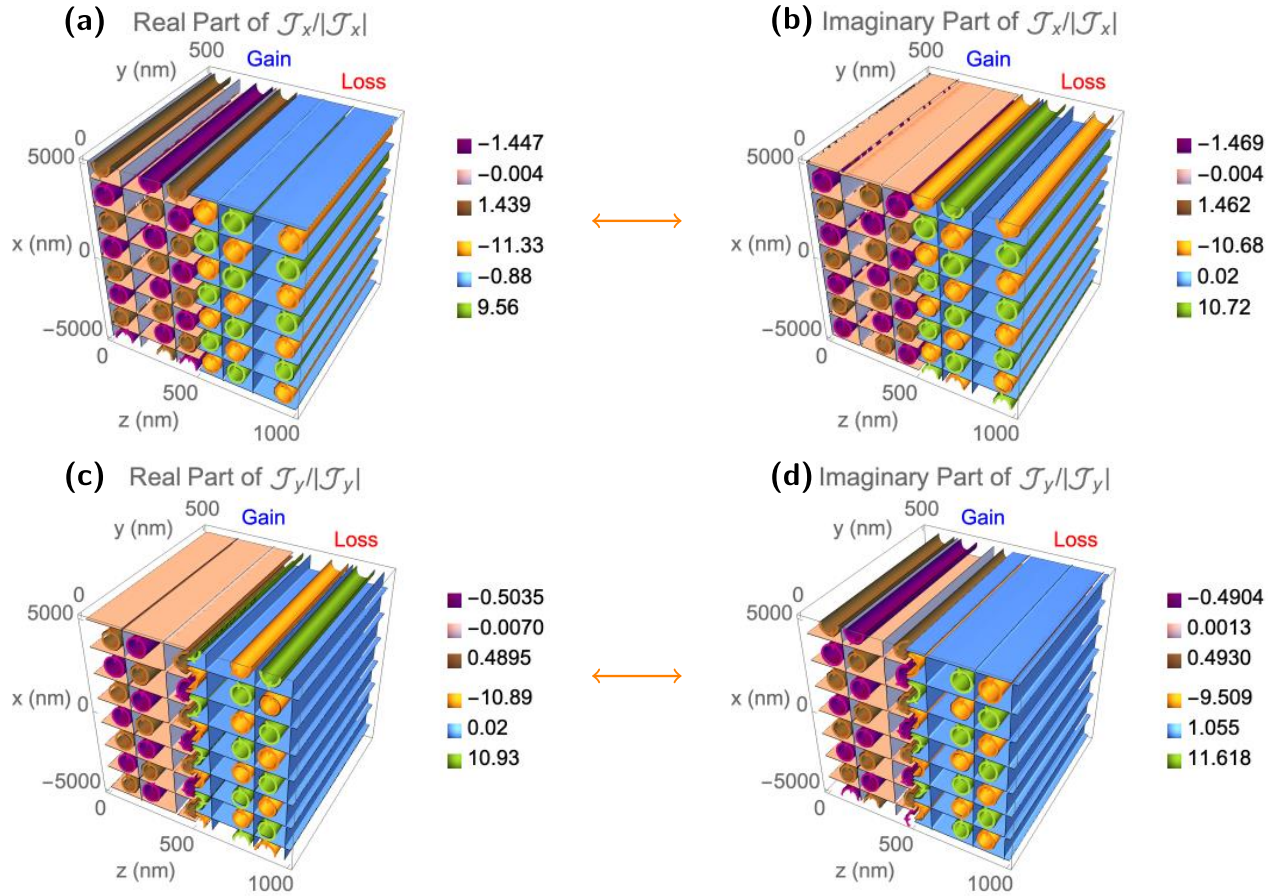


Type of Laser	Left Side	Right Side	Spectral Singularity Condition
<i>Unidirectional Laser from Left (+ Mode)</i>	+	None	$M_{13} = M_{23} = M_{33} = M_{43} = 0$
<i>Unidirectional Laser from Left (- Mode)</i>	-	None	$M_{14} = M_{24} = M_{34} = M_{44} = 0$
<i>Unidirectional Laser from Left (Bimodal)</i>	+ & -	None	$M_{13} = M_{23} = M_{33} = M_{43} = 0$ $M_{14} = M_{24} = M_{34} = M_{44} = 0$
<i>Unidirectional Laser from Right (+ Mode)</i>	None	+	NOT allowed
<i>Unidirectional Laser from Right (- Mode)</i>	None	-	NOT allowed
<i>Unidirectional Laser from Right (Bimodal)</i>	None	+ & -	NOT allowed
<i>Bidirectional Laser (+ Mode)</i>	+	+	$M_{23} = M_{33} = M_{43} = 0$
<i>Bidirectional Laser (+ from Left, - from Right)</i>	+	-	$M_{13} = M_{33} = M_{43} = 0$
<i>Bidirectional Laser (- from Left, + from Right)</i>	-	+	$M_{24} = M_{34} = M_{44} = 0$
<i>Bidirectional Laser (- Mode)</i>	-	-	$M_{14} = M_{34} = M_{44} = 0$
<i>Bidirectional Laser (+ from Left, +& - from Right)</i>	+	+ & -	$M_{33} = M_{43} = 0$
<i>Bidirectional Laser (- from Left, +& - from Right)</i>	-	+ & -	$M_{34} = M_{44} = 0$
<i>Bidirectional Laser (+& - from Left, + from Right)</i>	+ & -	+	$M_{23} = M_{24} = 0$ $M_{33} = M_{34} = 0$ $M_{43} = M_{44} = 0$
<i>Bidirectional Laser (+& - from Left, - from Right)</i>	+ & -	-	$M_{13} = M_{14} = 0$ $M_{33} = M_{34} = 0$ $M_{43} = M_{44} = 0$
<i>Bidirectional Laser (Bimodal)</i>	+ & -	+ & -	$M_{33} = M_{34} = M_{43} = M_{44} = 0$





$$\mathcal{J}_\omega = \frac{i b \epsilon C_1^+ e^{i K x \tan \epsilon}}{2} \begin{cases} [i \cos(K_+^g z) + a_+^g \sin(K_+^g z)] (\hat{e}_y + i \hat{e}_x) + \sin(K_+^g z) b^g (\hat{e}_y \rightarrow i \hat{e}_x) & \text{for } 0 < z < 1, \\ [i \cos[K_+^g (z \rightarrow 2)] \rightarrow a_+^g \sin[K_+^g (z \rightarrow 2)]] M_{13} e^{2i K} (\hat{e}_y + i \hat{e}_x) + \sin[K_+^g (z \rightarrow 2)] M_{13} b^g e^{2i K} (\hat{e}_y \rightarrow i \hat{e}_x) & \text{for } 1 < z < 2, \end{cases}$$



OPEN

Lasing with Topological Weyl Semimetal

Güneş Oktay¹, Mustafa Sarısanman^{1*} & Murat Tas²

Lasing behavior of optically active planar topological Weyl semimetal (TWS) is investigated in view of the Kerr and Faraday rotations. Robust topological character of TWS is revealed by the presence of Weyl nodes and relevant surface conductivities. We focus our attention on the surfaces where no Fermi arcs are formed, and thus Maxwell equations contain topological terms. We explicitly demonstrate that two distinct lasing modes arise because of the presence of effective refractive indices which lead to the birefringence phenomena. Transfer matrix is constructed in such a way that reflection and transmission amplitudes involve 2×2 matrix-valued components describing the bimodal character of the TWS laser. We provide associated parameters of the topological laser system yielding the optimal impacts. We reveal that gain values corresponding to the lasing threshold display a quantized behavior, which occurs due to topological character of the system. Our proposal is supported by the corresponding graphical demonstrations. Our observations and predictions suggest a concrete way of forming TWS laser and coherent perfect absorber; and are awaited to be confirmed by an experimental realization based on our computations.

Coherent Perfect Absorption in Weyl Semimetals: A Path to Topologically Enhanced Light-Matter Interactions

This study explores the unique intersection of Topological Weyl Semimetals (TWS) and non-Hermitian physics, focusing on the potential of Coherent Perfect Absorbers (CPAs) in such materials, with the investigation based on the fact that CPA is viewed as time-reversed lasers. We introduce a theoretical model for TWS CPAs based on the transfer matrix method, demonstrating that topologically protected surface states lead to 12 distinct feasible CPA configurations characterized by quantized loss values. This study offers a novel approach to understanding self-dual spectral singularities in the context of TWS and examines the impact of the axion term on the system's scattering behavior. Our findings reveal how the Θ -term significantly affects the loss value and its

Non-Hermitian Gravitational Wave Scattering

Burak Pekduran^{1,✉}, Mustafa Sarısanman^{1,2,†} and Ekrem Aydın^{1,3,‡}

¹Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Türkiye

²National Intelligence Academy, Institute of Engineering and Science, Ankara, Türkiye

³Department of Physics, College of Sciences, Koç University, Sarıyer, 34450, Istanbul, Türkiye

In this study, the non-Hermitian scattering of gravitational waves is examined and their behavior at spectral singularities is discussed. We investigate the non-Hermitian properties of gravitational waves through the construction of a transfer matrix. By examining spectral singularity points obtained from transfer matrix, we explore the behavior of gravitational waves at these spectral

Spectral Singularities and Lasers in Motion

Mehmet Akbaş^{1,*}, Sencer Kaya^{1,*} and Mustafa Sarısanman^{1,†}

¹Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Turkey

We reveal the spectral singularities for a moving medium and examine the prospect of realizing a laser in case of motion. We focus on relativistic limits in various directions. investigate the quantum



Contents lists available at ScienceDirect

BioSystems

journal homepage: www.elsevier.com/locate/biosystems



Unitary structure of palindromes in DNA

Mehmet Ali Tibatan^{a,*}, Mustafa Sarısanman^{b,1}

^aDepartment of Biotechnology, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Turkey

^bDepartment of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Turkey

ARTICLE INFO

Keywords:
Quantum biology
DNA
Palindromic sequences

ABSTRACT

We investigate the quantum behavior encountered in palindromes within DNA structure. In particular, we reveal the unitary structure of usual palindromic sequences found in genomic DNAs of all living organisms, using the Schwinger's approach. We clearly demonstrate the role played by palindromic configurations with special emphasis on physical symmetries in particular subsymmetries of unitary structure. We unveil the

Optical Evidence of Topological Quantization in Weyl Semimetals

Helda Alomeare

Institute of Graduate Studies in Science, Istanbul University, Vezneciler, İstanbul, 34134, Turkey

Ferhat Nutku* and Mustafa Sarısanman†

Department of Physics, Faculty of Science, Istanbul University, Vezneciler, İstanbul, 34134, Turkey

(Dated: January 20, 2025)

This study investigates the interaction of nonlinear topological materials with electromagnetic waves to reveal applications for lasers. An optically active laser system can be obtained with spectral singularities. We provide the parameters associated with the topological laser system that yield

Exploring Spectral Singularities in Dirac Semimetals: The Role of Non-Hermitian Physics and Dichroism

Mustafa Sarisaman,^{1,2,*} Enes Talha Kirca,^{1,†} and Murat Taş,^{3,‡}

¹Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Turkey

²National Intelligence Academy, Institute of Engineering and Science, Ankara, Turkey

³Department of Physics, Gebze Technical University, 41400 Kocaeli, Türkiye

In this study, motivated by recent advancements in non-Hermitian physics, we explore the new characteristics of Dirac semimetals (DSMs) using scattering techniques, with the goal of uncovering additional unique properties. To achieve this, we investigate how the axion texture of the material affects its topological properties by analyzing its interaction with electromagnetic waves. We ex-

Exploring Metamaterial Lasers through Non-Hermitian Scattering Formalism

Özge Beyza Vardar,¹ Uğur Tamer,² Mohammad Mehdi Sadeghi,^{2,3} and Mustafa Sarisaman^{2,4}

¹Institute of Graduate Studies in Science, Istanbul University, Istanbul 34134, Türkiye

²Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Türkiye

³Department of Physics, Jahrom University, Jahrom 74137-66171, Iran

⁴National Intelligence Academy, Institute of Engineering and Science, Ankara, Türkiye

(*Electronic mail: mustafa.sarisaman@istanbul.edu.tr)

(Dated: 11 March 2025)

This study explores the exciting properties of metamaterials and their innovative applications in non-Hermitian physics, with particular emphasis on the scattering formalism, a key topic of recent research. We have analyzed how light behaves in a negative index metamaterial (NIM), allowing us to develop a transfer matrix and identify the essential conditions for the occurrence of spectral singularities. These findings are crucial for fine-tuning system parameters that will drive the development of metamaterial slab lasers and coherent perfect absorber (CPA) systems. Overall, our

TUNABLE NON-LINEAR METAMATERIAL LASERS

Mustafa Sarisaman^{*,} Seval Uzunal[†]

mustafa.sarisaman@istanbul.edu.tr <mailto:seval.uzunal@yahoo.com>

[†]Department of Physics, Istanbul University, Ordu Cad. Fatih 34034 Turkey

Circular Dichroism in Nonlinear Topological Weyl Semimetals

Helda Alomeare¹

¹Institute of Graduate Studies in Science, Istanbul University, Vezneciler, Istanbul, 34134, Turkey

Ferhat Nutku² and Mustafa Sarisaman²

²Department of Physics, Faculty of Science, Istanbul University, Vezneciler, Istanbul, 34134, Turkey

E-mail: fnutku@istanbul.edu.tr

March 2023

Abstract. In recent years, the field of topological photonics has emerged as a promising area of research due to its potential for developing new photonic devices with unique properties. Topological Weyl semimetals (TWS), which are characterized by the presence of Weyl points in their electronic band structure, are one such example

\mathcal{PT} -Symmetric Metamaterial: A Non-Hermitian Approach

Özge Beyza Vardar,^{1,*} Mohammad Mehdi Sadeghi,^{1,†} and Mustafa Sarisaman^{1,‡}

¹Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Turkey

This study delves into the intriguing properties of metamaterials and investigates their novel and complex applications through scattering formalism, a key area of recent research in Non-Hermitian physics. By analyzing the scattering solutions within a negative index metamaterial (NIM) medium,

Abstract

This study provides a solution to the necessary non-linear differential equation for the production of metamaterials in a laboratory environment.

Topological Behavior of Spectral Singularities in Topological Weyl Semimetals

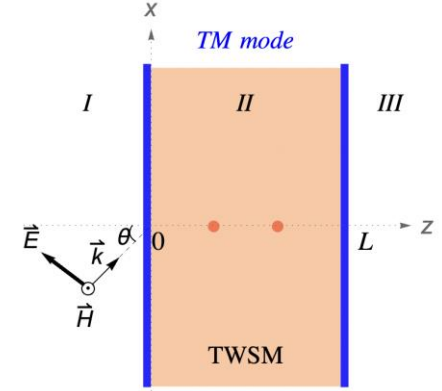
Mustafa Sarisaman,^{1,✉} Sevval Tasdemir,^{2,✉} and Saber Rostamzadeh^{1,3,✉}

¹Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezneciler, Istanbul, Turkey

²Department of Physics Kocaeli University, Izmit, Turkey

³Laboratoire de Physique des Solides, Université Paris Saclay, CNRS UMR 8502, 91405 Orsay Cedex, France

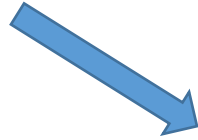
In this study, we examine the topological character of spectral singularities by using TM mode configuration in a Topological Weyl Semimetal (TWSM). TM mode configuration restrains the effect of Kerr/Faraday rotations and therefore does not allow an extra degree of freedom to occur. We find out that surface currents arise due to topological terms on the surface of TWSM slab where no Fermi arcs are localized. We also investigate the contribution of the Θ -term, which is the origin of axions in topological materials, and especially the b -term, to the topological properties. As a result of our study, we clearly reveal the topological character of b -term for the first time and we demonstrate



$$T = -\frac{4u e^{-ik_z L}}{-}, \quad R^r = -\frac{X^- e^{-2ik_z L}}{-}, \quad R^l = -\frac{X^+}{-}.$$



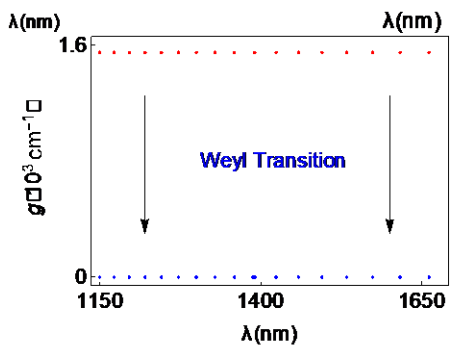
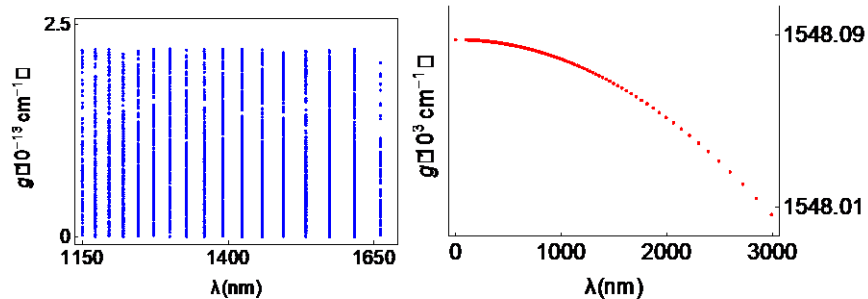
$$e^{2ik_z \tilde{n} L} = \frac{(u\mathbf{b}_+ + 1)(u\mathbf{b}_- + 1)}{(u\mathbf{b}_+ - 1)(u\mathbf{b}_- - 1)}.$$



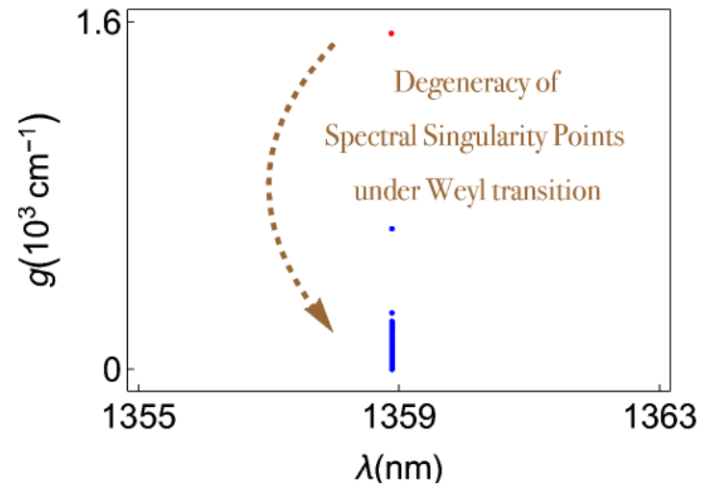
$$g = \frac{\tilde{\eta} \cos \theta}{\eta L} \ln \left| \frac{(u\mathbf{b}_+ + 1)(u\mathbf{b}_- + 1)}{(u\mathbf{b}_+ - 1)(u\mathbf{b}_- - 1)} \right|,$$

$$k = \frac{1}{L \cos \theta \tilde{\eta}} \{ \tan^{-1} \varphi + m\pi \},$$

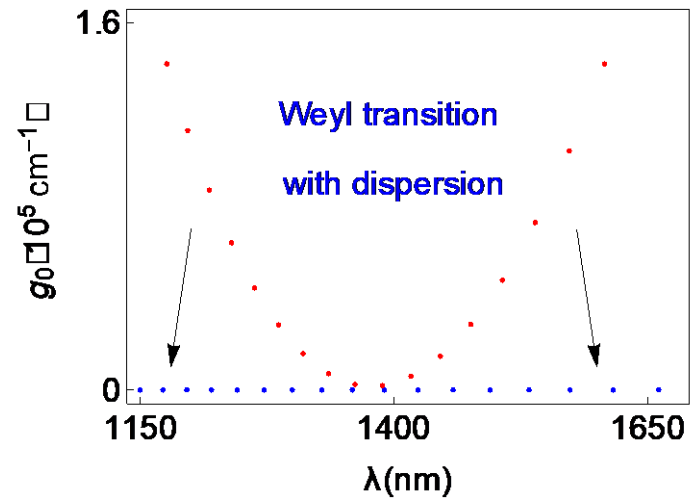
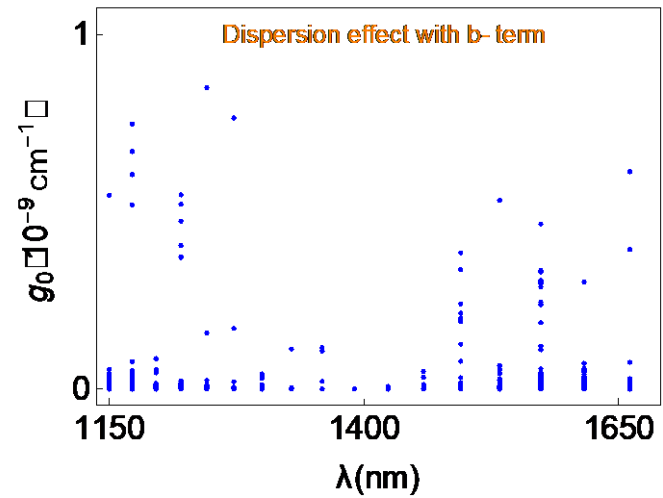
$$\vec{J} = \beta(\vec{b} \times \vec{E}).$$



- Without Axion Term ($b=0$)
- With Axion Term ($b \neq 0$)



- Without Axion Term ($b=0$)
- With Axion Term ($b \neq 0$)



- Without Axion Term ($b=0$)
- With Axion Term ($b \neq 0$)

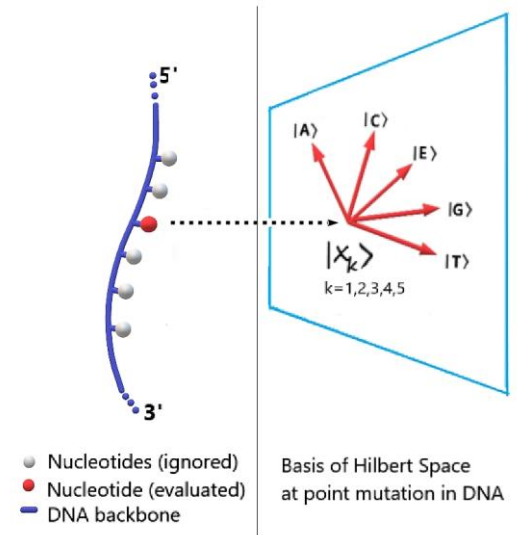
Exploring DNA Mutation Dynamics through a Novel Perspective

Mustafa Sarisaman^a, Mehmet Ali Tibatani^b, Seval Uzunal^a
mustafa.sarisaman@istanbul.edu.tr | mehmet@arekagroup.com | seval.uzunal@ogr.iu.edu.tr

^aDepartment of Physics, Istanbul University, Ordu Cad. Fatih 34034 Turkey
^bAreka Nanofiber Tech. Biomedical Research Group, Istanbul Technical University, Maslak. 34469 Istanbul Turkey

Abstract

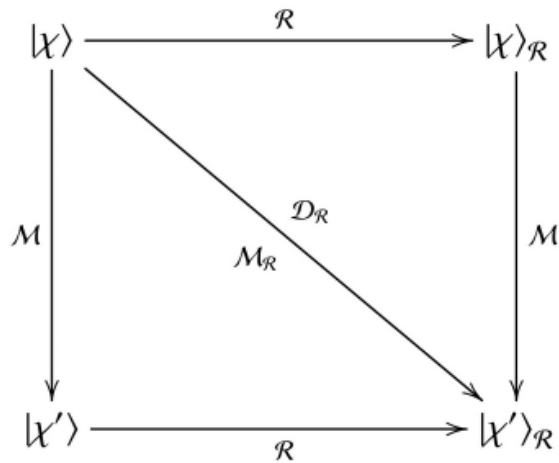
We propose a novel mutation mechanism for points and ordinary or palindromic sequences of DNA and RNA. We adopted non-Hermitian approaches based on quantum mechanics. Hermiticity is in the limelight of any physical structure with quantum character like DNA or RNA as it creates quantum stability in that it yields real eigenvalues and orthonormal



$$|\chi\rangle := \begin{bmatrix} |A\rangle \\ |T\rangle \\ |C\rangle \\ |G\rangle \\ |E\rangle \end{bmatrix}$$

$$|\chi\rangle_{\mathcal{R}} = \mathcal{R}|\chi\rangle$$

$$|\chi'\rangle := \mathcal{M}|\chi\rangle$$



$$|\chi'\rangle := \begin{bmatrix} |A'\rangle \\ |T'\rangle \\ |C'\rangle \\ |G'\rangle \\ |E'\rangle \end{bmatrix}$$

Mutasyonun Kararlılığı

THEOREM 1 (Stability of singular value spectra) *For two arbitrary $n \times n$ matrices \mathcal{U} and \mathcal{P} , denoting for the j^{th} largest singular value of \mathcal{U} and that of $\mathcal{U} + \mathcal{P}$ as γ_j and γ'_j , respectively, we have*

$$|\gamma'_j - \gamma_j| \leq \|\mathcal{P}\| ; \forall j = 1, 2, 3, \dots, n .$$

THEOREM 2 (Stability against general perturbations) *For an arbitrary $(n \times n)$ Hermitian matrix \mathcal{U} and an arbitrary $(n \times n)$ matrix \mathcal{P} , denoting the largest eigenvalue in $\Lambda(\mathcal{U})$ as λ_j , we have*

$$\min_j |\lambda' - \lambda_j| \leq \|\mathcal{P}\| , \forall \lambda' \in \Lambda(\mathcal{U} + \mathcal{P}), j = 1, 2, 3, \dots, n.$$

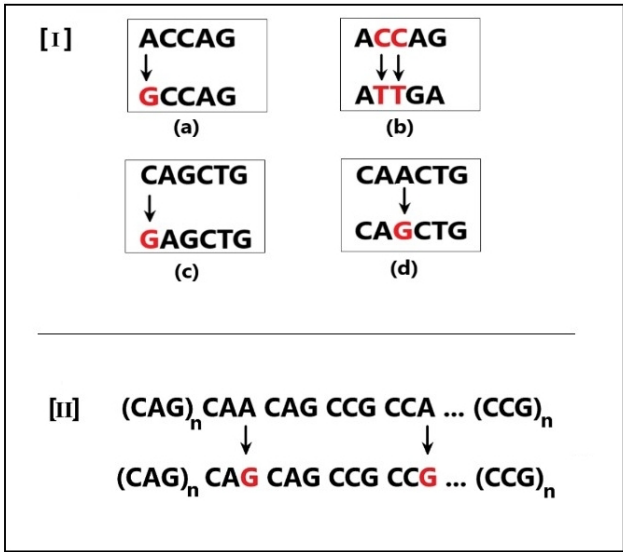


Figure 5: [I] Point mutations in RAPSN gene promoter region ; [II] Nucleotide replacement cause CAG repeats directly associated with genomic stability and mutational switchover of the DNA transcriptional system.

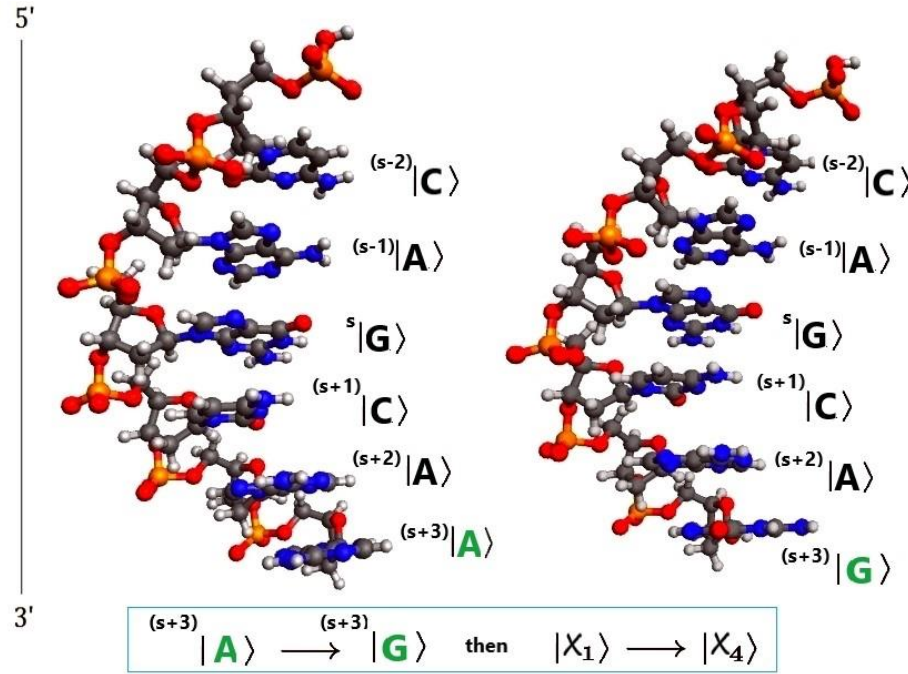


Figure 6: (Color Online) Ball and stick representation of the point mutation causes CAG repeats which leads to genetic instability $(s + 3)^{th}$ [16]. Notice that |A> is mutated to |G>.

- Bilinen Nükleotitlere yapılan herhangi bir mutasyon kararlıdır
- Bu sonuç mutasyonun laboratuvar ortamında kontrollü bir şey şekilde yapılabileceğini ispatlamaktadır.

Rastgele Mutasyonla Kararlılık?

- Weyl Perturbasyon Teoremi bize Herhangi bir nükleotit etrafında rastgele mutasyon yapılmasının sınırlarını vermektedir.
- Hermitsel olmayan Fizikle, rastgele bir mutasyon gerçekleştirip bunun kararlılık sınırları belirlenebilir.

Mutation to Deformed Nucleotides: A Novel Approach

Mustafa Sarısamam^a, Halil İbrahim Cetin^b, Mehmet Ali Tıbatan^c

mustafa.sarisaman@istanbul.edu.tr halil.cetin@std.bogazici.edu.tr mehmet@arekagroup.com

^aDepartment of Physics, Istanbul University, Ordu Cad. Fatih 34034 Türkiye

^bDepartment of Physics, Bogazici University, Besiktas. 34342. Istanbul Türkiye

^cAreka Nanofiber Tech. Biomedical Research Group, Istanbul Technical University, Maslak. 34469 Istanbul Türkiye



Non-Hermitian gravitational wave scattering

Burak Pekduran ^a, Mustafa Sarısaman ^{a,b}, Ekrem Aydiner ^{a,c}

^a Department of Physics, Istanbul University, 34134, Vezirler, Istanbul, Türkiye

^b National Intelligence Academy, Institute of Engineering and Science, Ankara, Türkiye

^c Department of Physics, Koç University, Sarıyer, 34450, Istanbul, Türkiye

ARTICLE INFO

Keywords:
Non-Hermitian physics
Gravitational wave

ABSTRACT

In this study, the non-Hermitian scattering of gravitational waves is examined, and their behavior at spectral singularities is discussed. We investigate the non-Hermitian properties of gravitational waves through the construction of a transfer matrix. By examining spectral

$$\ddot{h}_j + 3H\dot{h}_j - \frac{\partial^2}{a^2}h_j = 0,$$

$$\partial^2 h_j(\bar{r}) + \omega a^2(\omega + 3iH)h_j(\bar{r}) = 0.$$

$$z_{R,r} = \pi(m + \frac{r}{2}) + \frac{1}{2} \ln \left[\frac{\sqrt{4\zeta_{r,r}^2 + (1 - |\zeta_r|^2)^2}}{\zeta_{r,r}^2 + (1 + \zeta_{r,r})^2} \right],$$

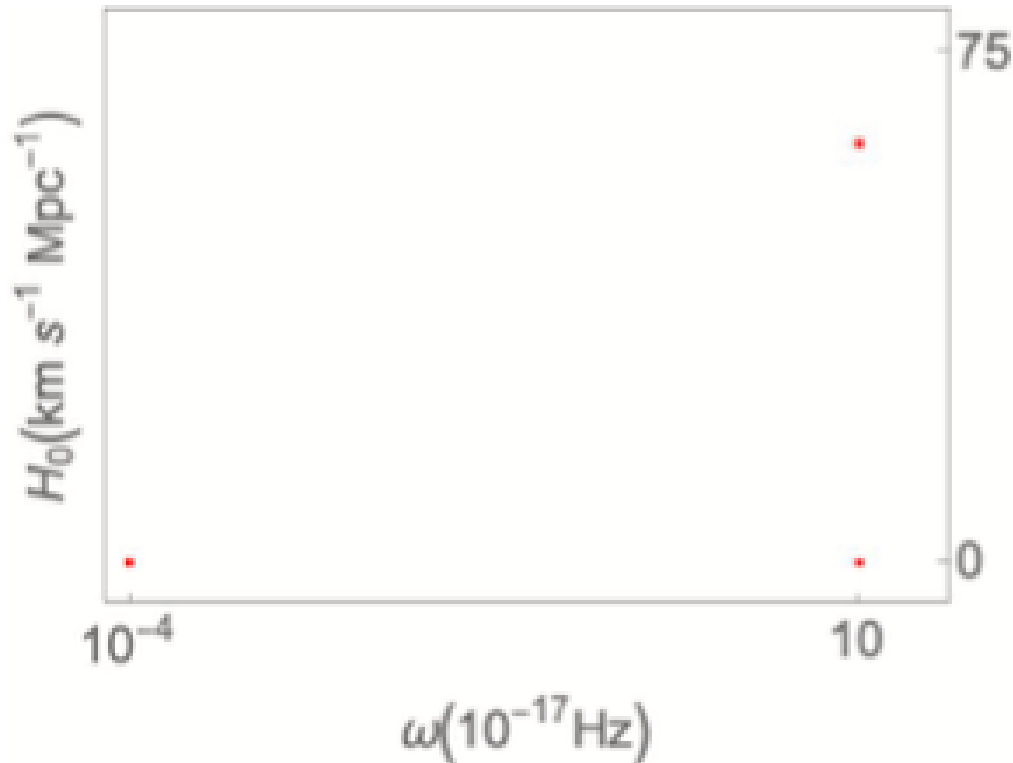
$$z_{R,l} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta_{r,r}}{1 - |\zeta_r|^2} \right).$$

$$\hat{\Delta}(r) = \alpha(r)e^{i\beta(r)} = \alpha_0 e^{\alpha(r) + i\beta(r)}$$

Table 1

Table shows Frequency and Hubble constant values corresponding to the real zeros of the F and G functions for different Bessel mode orders. These spectral singularity points are associated with stable gravitational wave configurations.

# of SS	l	ω [Frequency of gravitational waves]	H_0 [Hubble constant]
1	12 564	10^{-22} Hz	$0.704 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
2	12 564	10^{-21} Hz	$0.701 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
3	12 564	10^{-20} Hz	$69.98 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
4	12 564	10^{-19} Hz	$0.698 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
1	20	10^{-22} Hz	$0.710 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
2	20	10^{-21} Hz	$70.03 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
1	3740	10^{-22} Hz	$0.694 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
2	3740	10^{-21} Hz	$70.41 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$



Sonuçlar

2018 yılında ilk defa yapılan topolojik yalıtkan lazerine karşın yapmış olduğumuz (PT-Simetrik) topolojik Weyl yarım metal lazeri, topolojik lazerlerin daha iyi anlaşılmasını sağlayacaktır. Benzer şekilde Topolojik CPA yapılabilmektedir.

İnşa edilen topolojik lazer çift modlu bir karakterdedir ve parametrelere bağlı bir lazer çıkışı gerçekleştirir. Bu lazer 12 farklı şekilde yapılabilir. Bu ise 12 farklı ve çift modlu Topolojik CPA yapımına katkı sağlar.

Topolojik CPA henüz teorik veya deneysel olarak yapılmamıştır, yapılmasındaki zorlukta dalgaların geliş açıları, genlikleri, fazları ve polarizasyon yönlerinin tam olarak bilinmesi gerekliliğidir. Önermiş olduğumuz modelle bu probleme bir çözüm getirmekteyiz.

Benzer şekilde PT-simetri uygulaması için de Kerr ve Faraday açılarının tam olarak hesaplanması gerekmektedir, elde ettiğimiz sonuçlar bu probleme de bir çözüm getirmektedir.

Aksiyon terimleri, Topolojik karakter sağlar. Bu terim, elektromanyetik dalgalarla etkileştiğinde malzeme lazer etkisi gösterdiğinde malzeme içerisinde topolojik olarak dayanıklı dairesel akımların oluşmasına sebep olmaktadır.



Biyolojik sistemlerde de PT simetrik ve hermitsel olmayan kuantum mekaniğinin çok ilginç ve önemli uygulama alanları vardır. Bunun en tipik örneklerinden birisi DNA da gerçekleşen mutasyon mekanizmasıdır.



Hermitsel olmayan yöntemlerle mutasyon mekanizmasının doğasının daha iyi anlaşılması ve kontrollü şekilde gerçekleştirilerek genetik hastalıklar ve kanser gibi tedavisi zor hastalıkların tedavi umutları oluşabilecektir.

Teşekkürler...